21 октября

ДОКЛАДЫ

АКАДЕМИИ НАУК СССР

ВЫХОДЯТ ТРИ РАЗА В МЕСЯЦ

дакционная коллегия: акад. **Л. А. Арцимович,** акад. **А. Г. Бетехтин,**
ад. С. А. Векшинский, акад. **А. Н. Колмогоров** (зам. главного редактора),
ад. А. Л. Курсанов, акад. **С. А. Лебедев,** акад. **А. И. Опарин** (главный
дактор), акад. **Е. Н. Павловский,** акад. **Л. И. Седов,** акад. **Н. М. Страхов,**
акад. **А. Н. Фрумкин** (зам. главного редактора)

25-й ГОД ИЗДАНИЯ

1957

ТОМ 116, № 6

СОДЕРЖАНИЕ

АТЕМАТИКА

Стр.

И. А. Александров. О границах выпуклости и звездообразности для функций, однолистных и регулярных в круге 903
Н. Н. Вахания. Об одной краевой задаче с заданием на всей границе для гиперболической системы, эквивалентной уравнению колебания струны . . . 906
Ю. В. Глебский. О характеристических свойствах решений регулярных и квазирегулярных задач вариационного исчисления 910
Я. И. Житомирский. О задаче Коши для параболического уравнения второго порядка с переменными коэффициентами 913
А. А. Марков. Об инверсионной сложности систем функций 917
А. М. Молчанов. Конечные множества и скалярное произведение 920
Ю. А. Розанов. О линейном интерполировании стационарных процессов с дискретным временем 923
Ю. И. Черский. О сведении смешанных граничных задач к краевой задаче Римана 927
С. Д. Эйдельман. О задаче Коши для нелинейных и квазилинейных параболических систем 930

ЕХАНИКА

А. С. Кельзон. Самонаведение как задача технической кибернетики 933

ДРОМЕХАНИКА

Ю. Л. Якимов. Асимптотическое решение с тремя произвольными функциями уравнений одномерного неустановившегося движения газа 937

ИЗИКА

Б. П. Банник, Д. К. Копылова и **А. А. Номофилов.** Захват K^--мезона с испусканием ${}_{\Lambda}He_2^5$ 939
М. К. Поливанов. Дисперсионные соотношения для рассеяния К-мезонов на нуклонах 943
И. С. Шапиро, Э. И. Долинский и **Л. Д. Блохинцев.** К вопросу о взаимодействии μ-мезонов с нуклонами 946

ГЕОФИЗИКА

Н. Е. Мартьянов. Области растяжения в оболочке Земли . . . . . С.

БИОФИЗИКА

А. А. Нейфах. О роли материнского организма в поражении зародышей мыши ионизирующей радиацией . . . . . .

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

В. И. Сифоров и **Ю. Б. Синдлер.** Об условиях эквивалентности статистических свойств радиотехнических систем с большим числом случайных параметров . . . . . .

ХИМИЯ

И. И. Бардышев и **Х. А. Черчес.** Дегидроабиетиновая и палюстровая кислоты — составные части живицы ели обыкновенной (Picea excelsa Link.). . .
О. В. Брагин, В. Л. Броуде, С. В. Зотова, А. Л. Либерман, О. С. Пахомова и **М. А. Прянишникова.** К вопросу о спектральном методе установления числа и положения боковых цепей в молекулах гомологов бензола
Гильм Камай, Е. В. Кузнецов и **Р. К. Валетдинов.** О цианзамещенных диалкилфосфитах . . . . . .
А. Карякин и **А. В. Шабля.** Строение 9-аминоакридина по спектральным ным . . . . . .
Н. Подклетнов. Индивидуальные ароматические углеводороды бензиновых фракций нефтей Сахалина . . . . . .
К. И. Портной и **Г. В. Самсонов.** Свойства тройных сплавов диборидов титана, хрома и циркония . . . . . .
А. Н. Хлапова. Новые данные о полиморфизме карбоната натрия . . . . .

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Л. Л. Декабрун и **А. П. Пурмаль.** Индикация радикалов ядерно-резонансным методом . . . . . .
А. А. Жуховицкий и **Н. М. Туркельтауб.** О применении термического фактора в газовой хроматографии . . . . . .
К. Г. Красильников, В. Ф. Киселев и **Е. А. Сысоев.** К вопросу о природе поверхности дегидратированного силикагеля . . . . . .

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

А. И. Андриевский, И. Д. Набитович и **П. А. Коцюмаха.** О структуре тонких пленок лабораторных стекол . . . . . .

ГЕОЛОГИЯ

А. Р. Ананьев и **М. И. Грайзер.** О флоре пограничных слоев девона и карбона в Минусинской котловине . . . . . .
В. И. Бодылевский. Распространение иноцерамов в верхнем мелу Северной Сибири . . . . . .
В. И. Буданов, А. Т. Владимиров, А. С. Ионин, П. А. Каплин и **В. С. Медведев.** Современные вертикальные движения берегов Дальневосточных морей
Т. Бывшева. Спорово-пыльцевая характеристика терригенного комплекса пород нижнего карбона Мелекесской и Бузулукской опорных скважин
Ю. В. Тесленко. Неогеновая флора реки Грузской Еланчик . . . . . .

ПАЛЕОНТОЛОГИЯ

В. М. Ярошевич. Новые представители археоциат кембрия восточного склона Кузнецкого Ала-Тау . . . . . .

ЦИТОЛОГИЯ

А. А. Савиновская. Изменение активности кислой фосфатазы в мезотелиальных клетках при митозе . . . . . .

ГЕНЕТИКА

С. Я. Краевой. К вопросу о наследовании изменений, вызванных прививкой

Стр.

М. Р. Сарич. Влияние рентгеновского облучения на семена кукурузы различной степени гибридизации 1026

ГИДРОБИОЛОГИЯ

О. И. Кобленц-Мишке. О продукции фитопланктона в северо-западной части Тихого океана весной 1955 г. 1029

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

К. А. Баданова Водный режим растений с точки зрения структурной и гидрофильной вязкости протоплазмы 1033

ЗООЛОГИЯ

В. П. Луферов. Питание личинок Ablabesmyia monilis L. (Diptera, Tendipedidae) 1036

П. И. Павлов. О помеси леща и плотвы (Abramis brama danubii Pavlov × Rutilus rutilus (Linné)) из лимана Китай 1039

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

А. А. Войткевич. Состояние элементов нервной системы при отсутствии конечности у лягушек в природных условиях 1041

CONTENTS

MATHEMATICS *Pages*

I. A. Alexandrov. On convexity and starlikeness boundaries for functions that are schlicht and regular within a circle 903

N. N. Vakhania. A boundary problem for a hyperbolic system equivalent to the string vibration equation 906

Yu. V. Glebsky. On the characteristic properties of the solutions of regular and quasiregular problems in the calculus of variations 910

J. I. Zhitomirsky. Cauchy problem for a second degree parabolic equation with variable coefficients 913

A. A. Markov. On the inversion complexity of function systems 917

A. M. Molchanov. Finite sets and the scalar product 920

Yu. A. Rozanov. Linear interpolation of stationary processes with discrete time 923

Yu. I. Chersky. The reduction of mixed boundary problems to the Riemannian boundary problem 927

S. D. Eidelman. Cauchy problem for non-linear and quasilinear parabolic systems 930

MECHANICS

A. S. Kelson. Self-aiming as a problem of engineering cybernetics 933

FLUID MECHANICS

Yu. L. Iakimov. An asymptotic solution involving three arbitrary functions to the equations of one-dimensional unsteady gas motion 937

PHYSICS

B. P. Bannik, D. K. Kopylova and **A. A. Nomofilov.** Capture of K^--meson with emission of $_{\Lambda}He_2^5$ 939

M. K. Polivanov. Dispersion relations for the scattering of K-mesons on nucleons 943

I. S. Shapiro, E. I. Dolinsky and **L. D. Blokhintsev.** On the interaction of μ-mesons with nucleons 946

GEOPHYSICS

N. E. Martianov. Extension regions in the Earth's shell 949

BIOPHYSICS

A. A. Neyfakh. On the rôle the maternal organism in the injury of mouse embryos by ionizing radiation 952

214

Pages

TECHNICAL PHYSICS

V. I. Siforov and **Yu. B. Sindler.** On the conditions for the equivalence of the statistical properties of radio engineering systems with a large number of random parameters 956

CHEMISTRY

I. I. Bardyshev and **Kh. A. Cherches.** Dehydroabietic acid and palustric acid, as components of the galipot resin from Picea excelsa Link. . . . 959
O. V. Bragin, V. L. Broude, S. V. Zotova, A. L. Liberman, O. S. Pakhomova and **M. A. Prianishnikova.** On the spectral method of determination of the number and position of side chains in the molecules of benzene homologues 961
Gilm Kamay, E. V. Kuznetsov and **R. K. Valetdinov.** On cyan substituted dialkylphosphites 965
A. V. Kariakin and **A. V. Shabla.** The structure of 9-aminoacridine according to spectrum data 969
N. E. Podkletnov. Individual aromatic hydrocarbons in Sakhalin oil gasoline fractions 973
K. I. Portnoy and **G. V. Samsonov.** The properties of TiB_2—CrB_2—ZrB_2 alloys . 976
A. N. Khlapova. New data on the polymorphism of sodium carbonate 979

PHYSICAL CHEMISTRY

L. L. Dekabrun and **A. P. Purmal.** Radical indication by a nuclear resonance method 983
A. A. Zhukhovitsky and **N. M. Turkeltaub.** The use of thermal factor in gas chromatography 986
K. G. Krassilnikov, V. F. Kisselev and **E. A. Sysoev.** On the nature of the dehydrated silicagel surface 990

CHEMICAL TECHNOLOGY

A. I. Andrievsky, I. D. Nabitovich and **P. A. Kotsumakha.** On the structure of thin films of laboratory glass 994

GEOLOGY

A. R. Ananiev and **M. I. Graizer.** On the flora of contiguous Devonian and Carboniferous layers of the Minussinsk trough 997
V. I. Bodylevsky. The spread of Inoceramus in the Upper Cretaceous of North Siberia 1001
V. I. Budanov, A. T. Vladimirov, A. S. Ionin, P. A. Kaplin and **V. S. Medvedev.** Modern vertical motion of the shores of the Far East seas 1005
T. Byvsheva. A spore-pollen description of the terrigenic rock complex of the Lower Carboniferous of the Melekess and Busuluk deep wells 1009
Yu. V. Teslenko. The Neogene flora of the Gruzskoy Elanchik river 1012

PALAEONTOLOGY

V. M. Yaroshevich. New representatives of Cambrian Archaeocyatidae from the eastern slope of Kuznetsk Alatau 1015

CYTOLOGY

A. A. Savinovskaia. Variation in the activity of acid phosphatase in mesothelium cells during mitosis 1018

GENETICS

S. J. Kraevoy. On the problem of the inheritance of variation called forth by grafting 1022
M. R. Sarych. The effect of X-rays upon he seed of Indian corn at various stages of hybridization 1026

HYDROBIOLOGY

O. I. Coblentz-Michke. On the production of phytoplankton in the North-western part of the Pacific in the spring of 1955 1029

214

Pages

PLANT PHYSIOLOGY

K. A. Badanova. Water uptake by plants, as related the structural and hydrophilic viscosity of their protoplasm 1033

ZOOLOGY

V. P. Luferov. The nutrition of Ablabesmyia monilis L. larvae (Diptera, Tendipedidae) 1036

P. J. Pavlov. On a hybrid between Abramis brama danubii Pavlov and Rutilus rutilus L. from the Kitai estuary 1039

EXPERIMENTAL MORPHOLOGY

A. A. Voitkevich. The state of the nervous system elements in frogs deprived of an extremity under natural conditions 1041

214

ПОПРАВКА

В статье Ю. И. Ягна и В. В. Евстратова «Прочность и пластичность модифицированного чугуна при различных напряженных состояниях», помещенной в ДАН, т. 113, № 3, 1957 г.

	Напечатано	Следует читать
Стр. 573, строка 6	не линейное	на линейное
Стр. 573, в таблице 1, графа 6	$-i$,	$\overline{\sigma}_i$
Стр. 574 строка 4 снизу	разными	равными

Т-10565 Подписано к печати 4/XII 1957 г. Тираж 5900 экз. Заказ 2074
Формат бумаги $70\times108^1/_{16}$. Бум. л. 5. Печ. л. 13,7 + 7 вкл. Уч.-изд. л. 14,1

2-я типография Издательства Академии наук СССР. Москва, Шубинский пер., 10

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

МАТЕМАТИКА

И. А. АЛЕКСАНДРОВ

О ГРАНИЦАХ ВЫПУКЛОСТИ И ЗВЕЗДООБРАЗНОСТИ ДЛЯ ФУНКЦИЙ, ОДНОЛИСТНЫХ И РЕГУЛЯРНЫХ В КРУГЕ

(Представлено академиком М. А. Лаврентьевым 6 V 1957)

Ниже приводятся теоремы, обобщающие известные предложения Неванлинны (1) и Грунского (2) о том, что любой голоморфной однолистной в круге $W: |w|<1$ функцией $z=f(w)$, $f(0)=0$, $f'(0)=1$ (совокупность таких функций называют классом S) круг с центром в точке $w=0$ радиуса не более $R_k=2-\sqrt{3}$ отображается на выпуклую область, а круг с тем же центром радиуса не более $R_s=\operatorname{th}\frac{\pi}{4}$ — на звездообразную относительно $z=0$ область, а также теоремы, уточняющие и дополняющие результаты, полученные Г. М. Голузиным (3, 4), для границ обобщенной звездообразности.

Теорема 1. *Круг с центром в точке $\omega\in W$ радиуса $\rho\leqslant R_k$, $R_k=2-\sqrt{3+|\omega|^2}$, любой функцией $z=f(w)$ класса S отображается на выпуклую область. Число R_k нельзя увеличить без дополнительных ограничений на $f(w)$.*

Доказательство основано на известном факте: областью значений выражения

$$I=\frac{(w-\omega)f''(w)}{f'(w)},$$

где w и ω — фиксированные точки из W, а $f(w)\in S$, является внутренность круга радиуса $\frac{4|w-\omega|}{1-|w|^2}$ с центром в точке $\frac{2(w-\omega)|w|^2}{w(1-|w|^2)}$.

При доказательстве остальных теорем используется следующая полученная вариационным методом лемма.

Лемма. *Областью значений выражения*

$$I=\ln\frac{(w-\omega)f'(w)}{f(w)-f(\zeta)}$$

($w, \omega, \zeta\in W$ и фиксированы) в классе S является внутренность круга радиуса

$$\ln\frac{|1-\zeta\bar{w}|+|w-\zeta|}{|1-\zeta\bar{w}|-|w-\zeta|},$$

равного неевклидову расстоянию между точками ζ и w, с центром в точке

$$\ln\frac{(1-|\zeta|^2)(w-\omega)}{(1-w\bar{\zeta})(w-\zeta)}.$$

Теорема 2. *Всякий неевклидов круг с неевклидовым центром в точке $\zeta\in W$, неевклидов радиус которого не более $\pi/2$, отображается любой функцией класса S на область, звездообразную относительно $f(\zeta)$. Оценка точная.*

Следуя Г. М. Голузину, назовем областью вида $D_n(a)$ $(n = 1, 2, \ldots)$ всякую замкнутую область, все точки которой можно соединить с точкой a ломаной линией, целиком в ней лежащей и состоящей не более чем из n прямолинейных отрезков.

Теорема 3. *Всякий неевклидов круг с неевклидовым центром в точке $\zeta \in W$, неевклидов радиус которого не более $n\pi/2$, отображается любой функцией $f(w) \in S$ на область вида $D_n(f(\zeta))$. Оценка точная.*

В частности, всякий круг радиуса не более чем $R_{ns} = \operatorname{th}\frac{n\pi}{4}$ с центром в точке $w = 0$ отображается каждой функцией класса S на область вида $D_n(0)$.

Отметим, что доказательство теорем 2 и 3 может быть проведено без привлечения леммы.

Теорема 4. *Всякий круг, содержащий на своей границе точку $w = 0$, радиуса не более $^1/_4$, любой функцией класса S отображается на область, звездообразную относительно $z = 0$. Указанная граница точная.*

Теорема 5. *Всякий круг с центром в точке $ae^{i\alpha}$, $a < {}^1/_4$, $0 \leqslant \alpha \leqslant 2\pi$, содержащий внутри себя точку $w = 0$, отображается любой функцией класса S на область, звездообразную относительно $z = 0$, если радиус круга r удовлетворяет неравенству*

$$\ln\frac{1 - a + r(\sin x - \cos x)}{1 - a - r(\sin x + \cos x)} \leqslant \operatorname{arc\,tg}\frac{r + a\cos x}{a\sin x}, \tag{1}$$

где x, $0 < x < \pi$, определяется из соотношения

$$\sqrt{r^2 - 2a\cos x + a^2} = \frac{r\sin x}{1 - a - r\cos x}. \tag{2}$$

Оценка точная.

Обозначим через $R(a, 0)$ верхнюю границу радиусов круга, удовлетворяющих (1), (2). Можно показать, что значение $R(a, 0)$ не меньше величины большего корня уравнения

$$\ln\frac{1 + a + \rho}{1 - a - \rho} = \arccos\frac{a}{\rho}.$$

Теорема 6. *Всякий круг с центром в точке $w = 0$ любой функцией класса S отображается на область, звездообразную относительно образа принадлежащей ему точки ζ, $|\zeta| = a$, если радиус круга r удовлетворяет неравенству*

$$\ln\frac{\sqrt{1 - 2ar\cos x + a^2r^2} + \sqrt{r^2 - 2ar\cos x + a^2}}{\sqrt{1 - 2ar\cos x + a^2r^2} - \sqrt{r^2 - 2ar\cos x + a^2}} \leqslant$$

$$\leqslant \operatorname{arc\,tg}\frac{r(1 + a^2) - a(1 + r^2)\cos x}{a(1 - r^2)\sin x},$$

где x, $0 < x < \pi$, определяется из соотношения

$$\frac{a(1 - r^2)[r(1 + a^2)\cos x - a(1 + r^2)]}{[r(1 + a^2) - a(1 + r^2)\cos x]^2 + a^2(1 - r^2)^2\sin^2 x} = \frac{2ar\sin x}{\sqrt{(1 - 2ar\cos x + a^2r^2)(r^2 - 2ar\cos x + a^2)}}.$$

Оценка точная.

Для верхней границы радиусов $R(0, a)$ кругов, названных в теореме, можно указать достаточно точное значение снизу. Оно равно большему корню уравнения

$$\ln\frac{(1 + a)(1 + \rho)}{(1 - a)(1 - \rho)} = \arccos\frac{a(1 - \rho^2)}{\rho(1 - a^2)}.$$

Теорема 7. *Всякий круг с центром в точке* $\zeta = ae^{i\alpha} \in W$, *радиус которого удовлетворяет неравенству*

$$\ln \frac{(1-a)(\sin x + \cos x) - r}{(1-a)(\sin x - \cos x) + r} \leqslant \operatorname{arc\,tg} \frac{1 - a^2 - ar\cos x}{ar \sin x},$$

где x, $0 < x < \pi$, *определяется из соотношения*

$$\sqrt{(1-a^2)^2 - 2ar(1-a^2)\cos x + a^2r^2} = \frac{r(1-a)\sin x}{(1-a)\cos x - r},$$

отображается любой функцией класса S *на область, звездообразную относительно образа центра. Оценка точная.*

Корень уравнения

$$\ln \frac{(1-a)(1+a+\rho)}{(1+a)(1-a-\rho)} = \arccos \frac{a\rho}{1-a^2}$$

дает достаточно точное значение снизу для верхней границы $R(a, a)$ радиусов этих кругов.

Томский государственный университет
им. В. В. Куйбышева

Поступило
4 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] R. Nevanlinna, Oversckt av Finska Vet. Soc. Forh. (A), **62**, 1 (1919—1920). [2] Grunsky, Jahresber. deutsch. Math. Ver., **43**, 140 (1934). [3] Г. М. Голузин, Матем. сборн., **42**, № 2, 169 (1935). [4] Г. М. Голузин, Геометрическая теория функций комплексного переменного, 1952.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

МАТЕМАТИКА

Н. Н. ВАХАНИЯ

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ С ЗАДАНИЕМ НА ВСЕЙ ГРАНИЦЕ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ, ЭКВИВАЛЕНТНОЙ УРАВНЕНИЮ КОЛЕБАНИЯ СТРУНЫ

(Представлено академиком С. Л. Соболевым 7 V 1957)

Рассматривается следующая задача, предложенная С. Л. Соболевым: В прямоугольнике R: $0 \leqslant x \leqslant X$, $0 \leqslant t \leqslant T$ с границей Γ и отношением длин сторон $T/X = \rho$ ищется решение системы

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} = \frac{\partial u_2}{\partial t}, \qquad \frac{\partial u_1}{\partial t} = \frac{\partial u_2}{\partial x} \tag{1}$$

с граничным условием

$$a u_1|_\Gamma + b u_2|_\Gamma = f; \tag{2}$$

a, b и f заданы на Γ.

С. Л. Соболев в заметке ([1]) исследовал эту задачу для квадрата ($\rho = 1$). Метод С. Л. Соболева можно распространить на прямоугольник с любым рациональным ρ. Это сделано в первой части настоящей заметки *. Во второй части рассмотрен случай иррациональных ρ.

1. $\rho = m/n$, m и n — несократимые натуральные числа. Без ограничения общности можно считать, что $T = m$, $X = n$; a, b и f предполагаем непрерывными функциями длины дуги s, отсчитываемой от начала координат. Разделим Γ на единичные интервалы $I_1, I_2, \ldots, I_{2(m+n)}$, где I_k ($k = 1, 2, \ldots, 2(m+n)$) — интервал $k-1 < s < k$. Известно ([2]), что путь светового луча, исходящего из любой точки любого из интервалов I_k по одному из характеристических направлений системы (1) (линии $x \pm t = \text{const}$) с упругим отражением на границе, является замкнутым в случае любого рационального ρ. Далее можно доказать, что: а) в каждый интервал I_k попадает один узел (точка отражения) замкнутого светового пути; таким образом, число узлов равно $2(m+n)$; б) если первый узел (узел в I_1) имеет значение параметра s, равное ξ, то k-й узел имеет значение s, равное $k-1+\xi$, если k нечетно, и $k-\xi$, если k четно.

Учитывая эти свойства и повторяя рассуждения из ([1]), нетрудно показать, что вопрос о разрешимости поставленной задачи сводится к вопросу о существовании нулей в интервале $0 < \xi < 1$ следующего определителя $2(m+n)$-го порядка:

$$\Delta_{mn}(\xi) = (-1)^l [\alpha_1\alpha_3 \ldots \alpha_{2(m+n)-1}\beta_2\beta_4 \ldots \beta_{2(m+n)} - \alpha_2\alpha_4 \ldots \alpha_{2(m+n)}\beta_1\beta_3 \ldots \beta_{2(m+n)-1}],$$

где $\alpha_k = a(k-1+\xi) + b(k-1+\xi)$, $\beta_k = a(k-1+\xi) - b(k-1+\xi)$, когда k нечетно ($k = 1, 3, \ldots, 2(m+n)-1$), и $\alpha_k = a(k-\xi) + b(k-\xi)$,

* Этот случай рассмотрен также Ю. Радвигином.

$\beta_k = a(k-\xi) - b(k-\xi)$, когда k четно ($k = 2, 4, \ldots, 2(m+n)$); четность l зависит от четностей m и n. $\Delta_{11}(\xi)$ совпадает с определителем в (1). Если вместо $\Delta_{11}(\xi)$ всюду брать $\Delta_{mn}(\xi)$, то все заключения из (1) остаются справедливыми. В частности, имеет место следующая теорема.

Теорема 1. *Если* $\Delta_{mn}(\xi) \neq 0$ *для всех* ξ *в интервале* $0 < \xi < 1$, *то существует единственное решение поставленной задачи.*

2. Пусть ρ иррационально. Будем предполагать, что $a^2 - b^2 \neq 0$ всюду на Γ. Тогда, очевидно, можем полагать, что всюду на Γ

$$a^2 - b^2 = 1. \tag{3}$$

Докажем сначала теорему единственности.

Теорема 2. *Пусть* ρ *— любое иррациональное число;* $u_1(x, t)$, $u_2(x, t)$ *— любое (непрерывное) решение системы* (1). *Если* $f \equiv 0$ *на* Γ *и* $u_2(x, t)$ *обращается в нуль в какой-нибудь точке* M *границы* Γ, *то* $u_1(x, t) \equiv 0$ *и* $u_2(x, t) \equiv 0$ в R.

Доказательство. Общее решение системы (1) имеет вид

$$u_1(x, t) = \varphi(x+t) + \psi(x-t), \quad u_2(x, t) = \varphi(x+t) - \psi(x-t),$$

где функция $\varphi(\xi)$ задана в интервале $0 \leqslant \xi \leqslant X + T$, а $\psi(\xi)$ — в интервале $-T \leqslant \xi \leqslant X$. В терминах φ и ψ граничное условие (2) примет вид ($f \equiv 0$)

$$(a+b)\varphi(x+t)|_\Gamma + (a-b)\psi(x-t)|_\Gamma = 0. \tag{2'}$$

Проведем через точку M одну из характеристик системы (1), например линию $x + t = \text{const}$. Точку пересечения этой линии с Γ обозначим через M_1. Из M_1 проведем характеристику $x - t = \text{const}$, точку пересечения обозначим через M_2. Из M_2 проведем характеристику $x + t = \text{const}$, обозначая через M_3 точку пересечения. Проведя попеременно характеристики $x - t = \text{const}$ и $x + t = \text{const}$ и продолжая этот процесс неограниченно, получим всюду плотное (2) на Γ множество точек $M, M_1, M_2, \ldots$ Нетрудно видеть, что, в силу (2), (2') и (3), φ и ψ равны нулю на этом множестве и, ввиду непрерывности, тождественно равны нулю на Γ. А это означает, что $\varphi(\xi) \equiv 0$ для всех $\xi \in [0, X+T]$ и $\psi(\xi) \equiv 0$ для всех $\xi \in [-T, X]$. Таким образом, $u_1(x, t) \equiv 0$ и $u_2(x, t) \equiv 0$.

Примечание. Полагая $a = 1$, $b = 0$, получаем теорему единственности задачи Дирихле для уравнения колебания струны. Очевидно, что в этом случае требование обращения в нуль функции u_2 в точке границы становится излишним. Это требование становится излишним и в некоторых других случаях, например, в случае, если $a^2 - b^2 = 0$ на любом конечном непустом множестве точек на Γ, но $a^2 + b^2 \neq 0$ на Γ.

Переходя к вопросу существования решения, предположим*, что иррациональное число ρ не слишком быстро аппроксимируется рациональными числами, точнее

$$\left|\rho - \frac{m}{n}\right| > \frac{A}{n^{K+1}}, \tag{4}$$

где A — фиксированная положительная постоянная; K — фиксированное положительное целое число; m и n — любые целые числа. Докажем теорему о существовании решения.

Теорема 3. *Пусть*: а) ρ *удовлетворяет неравенству* (4) *при некотором* K; a, b *удовлетворяют условию* (3); б) *на каждой стороне прямоугольника* R $f \in C^{K+4}$, $\ln|a+b| \in C^{2K+6}$, *причем эти функции и их четные производные до порядков соответственно* $2\left[\frac{K+4}{2}\right]$ *и* $2K+6$ *непрерывны*

* Множество чисел ρ, которые при произвольном фиксированном K не удовлетворяют этому требованию, имеет лебегову меру, равную нулю. В частности, алгебраические числа степени $K+1$ удовлетворяют этому предположению.

в четырех угловых точках прямоугольника. В этих предположениях существует дважды непрерывно дифференцируемое решение системы (1) *удовлетворяющее граничному условию* (2).

Доказательство. Будем для краткости называть пару функций, удовлетворяющих системе (1), гиперболически сопряженными функциями. Легко проверить справедливость следующих элементарных свойств гиперболически сопряженных функций: а) каждая из пары гиперболически сопряженных функций определяется через другую с точностью до произвольного постоянного слагаемого; б) внутри прямоугольника R обе гиперболически сопряженные функции имеют одинаковую степень гладкости, и если одна из них дважды дифференцируема, то каждая из них удовлетворяет уравнению колебания струны; в) если v_1, v_2 и w_1, w_2 — две пары гиперболически сопряженных функций, то $v_1w_1 + v_2w_2$ и $v_1w_2 + v_2w_1$ также являются гиперболически сопряженными функциями. Нетрудно видеть, что эти свойства гиперболически сопряженных функций позволяют свести граничную задачу (2) для системы (1) к задаче Дирихле* для уравнения колебания струны в том специальном частном случае, когда функции a и b являются граничными значениями на Γ гиперболически сопряженных в области R функций. Но ясно, что задача такого непрерывного продолжения функций a и b во внутрь прямоугольника является переопределенной и, вообще говоря, не имеет решения. Однако можно умножением граничного условия (2) на некоторую специально подобранную функцию добиться того, чтобы новые коэффициенты при $u_1|_\Gamma$ и $u_2|_\Gamma$ в соотношении (2) уже имели требуемое специальное свойство. Для нахождения такой «связывающей» функции потребуется решение задачи Дирихле для уравнения колебания струны. Приводим точное доказательство.

Пусть $\Theta(x, t)$ — решение задачи Дирихле для уравнения колебания струны с граничным условием $\Theta|_\Gamma = \operatorname{ar\,th}\frac{b}{a} = \ln|a+b|$. Учитывая результат относительно условий существования решения задачи Дирихле для уравнения колебания струны ([2]), можем утверждать, что в наших предположениях ** функция $\Theta(x, t)$ действительно существует и входит в C^{K+4}. Обозначим через $\Lambda(x, t)$ функцию, гиперболически сопряженную с $\Theta(x, t)$, и через λ — граничное значение на Γ функции $\Lambda(x, t)$. Можно показать, что на каждой стороне прямоугольника R $\lambda \in C^{K+4}$ и, кроме того, сама λ и все ее четные производные до порядка $2\left[\frac{K+4}{2}\right]$ непрерывны в четырех угловых точках прямоугольника R. По предположению, этим свойством обладает и функция f, так что функция $e^\lambda f$ также будет обладать этим свойством. Поэтому существует дважды дифференцируемая функция $F_1(x, t)$, которая является решением задачи Дирихле для уравнения колебания струны с граничной функцией $F_1|_\Gamma = e^\lambda f$. Легко видеть, что, в силу условия (3), $\operatorname{ch}\Theta|_\Gamma = a$ и $\operatorname{sh}\Theta|_\Gamma = b$. Поэтому, если u_1 и u_2 удовлетворяют системе (1) и граничному условию (2), то функция $e^\Lambda \operatorname{ch}\Theta u_1 + e^\Lambda \operatorname{sh}\Theta u_2$, которая, как непосредственно можно проверить, удовлетворяет уравнению колебания струны, также обращается на Γ в граничную функцию $e^\lambda f$. Значит, в силу единственности решения задачи Дирихле для уравнения колебания струны, имеем

$$e^\Lambda \operatorname{ch}\Theta u_1 + e^\Lambda \operatorname{sh}\Theta u_2 = F_1(x, t).$$

---

* Идея сведения к задаче Дирихле заимствована из теории граничных задач аналитических функций ([3]).

** В работе ([4]) дополнительно требуется, чтобы в четырех угловых точках R граничная функция и все ее четные производные до соответствующего порядка обращались в нуль. Однако от этого ограничения можно освободиться, прибавляя к искомому решению вполне определенное частное решение, которое, как легко показать, можно построить всегда

Далее можно непосредственно проверить, что функция $e^{\Lambda} \operatorname{sh} \Theta u_1 + e^{\Lambda} \operatorname{ch} \Theta u_2$ является гиперболически сопряженной с $F_1(x, t)$ функцией (таким образом, роль «связывающей» функции играет функция e^{λ}). Итак, обозначая через $F_2(x, t)$ сопряженную с $F_1(x, t)$ функцию, имеем

$$e^{\Lambda} \operatorname{sh} \Theta u_1 + e^{\Lambda} \operatorname{ch} \Theta u_2 = F_2(x, t) + B,$$

где B — произвольная постоянная. Из двух последних равенств находим решение $u_1(x, t)$, $u_2(x, t)$

$$u_1(x, t) = e^{-\Lambda} [F_1 \operatorname{ch} \Theta - F_2 \operatorname{sh} \Theta - B \operatorname{sh} \Theta],$$

$$u_2(x, t) = e^{-\Lambda} [F_2 \operatorname{ch} \Theta - F_1 \operatorname{sh} \Theta + B \operatorname{ch} \Theta].$$

В соответствии с теоремой единственности, решение определяется с точностью до произвольной постоянной B, которую можно найти, задавая u_2 в какой-нибудь точке границы ($\operatorname{ch} \Theta|_\Gamma = a \neq 0$ всюду в силу (3)).

Примечание. Если на каждой стороне прямоугольника функции f и $\ln|a + b|$ представляют собою тригонометрические полиномы, то задача разрешима при любых иррациональных ρ.

Примечание. Нетрудно видеть, что решение u_1, u_2 непрерывно зависит от функций f и $\ln|a + b|$ в смысле равномерной метрики соответственно по типу $(K + 4, 2)$ и $(2K + 6, 2)$.

Тбилисский математический институт им. А. М. Размадзе
Академии наук ГрузССР

Поступило
6 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] С. Л. Соболев, ДАН, **109**, №4 (1956). [2] G. H. Hardy, E. M. Wright, An Introduction to the Theory of Numbers, Oxford, 1954, p. 376. [3] И. Н. Векуа, Тр. Тбилисск. матем. инст., **11** (1942). [4] D. G. Bourgin, R. Duffin, Bull. Math. Soc., **45**, № 12 (1939).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

МАТЕМАТИК

Ю. В. ГЛЕБСКИЙ

О ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ РЕШЕНИЙ РЕГУЛЯРНЫХ И КВАЗИРЕГУЛЯРНЫХ ЗАДАЧ ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

(Представлено академиком И. Г. Петровским 3 V 1957)

В заметке рассматривается вопрос о характеристических свойствах кр вых, которые могут давать абсолютный минимум регулярным и квазир гулярным положительно-определенным однократным интегралам вариацио ного исчисления в параметрической форме, а также смежный вопрос о сх димости кривых по функционалу. Дифференцируемости подынтегральны выражений не предполагается.

1. Функцию $F(P, A)$, $P \in D$, $A \in R^2$ (где D — замкнутое ограниченное мн жество точек плоскости, R^2 — двумерное векторное пространство) буде называть к в а з и р е г у л я р н о й, если она непрерывна по совокупност аргументов и подчиняется следующим требованиям:

1) $F > 0$ для всех $P \in D$ и любого $A \neq 0$;
2) $F(P, kA) = kF(P,A)$ для любого $k > 0$;
3) $F(P,A_1 + A_2) \leqslant F(P,A_1) + F(P,A_2)$.

Функционал $I(\Gamma) = \int_a^b F(P,\dot{P})\, dt$ (тоже называемый квазирегулярным определен и конечен для всякой спрямляемой кривой Г. Не всегда огова ривая это, будем считать, что все встречающиеся в дальнейшем подинте гральные выражения квазирегулярны и что все кривые лежат в множеств D, предполагаемом фиксированным.

Если в условии 3) равенство может достигаться только тогда, кога $|A_1 + A_2| = |A_1| + |A_2|$, то функция F и функционал $\int F\, dt$ называютс р е г у л я р н ы м и.

2. Равенство $F(P, A) = 1$ при каждом P определяет в R^2 замкнуту выпуклую кривую (индикатрису). Индикатриса может содержать прям линейные участки. Назовем у г л о м л и н е й н о с т и функции F в точ P замкнутую часть плоскости R^2, заключенную между двумя лучам проведенными из начала координат к концам некоторого прямолинейно участка индикатрисы $F(P, A) = 1$. Регулярные функции не имеют угл линейности ни для одной точки P. Пусть для каждой точки $P \in D$ угл линейности функции F_1 содержатся в углах линейности функции F тогда будем применять обозначение $F_1 \prec F_2$. Будем говорить, что кв зирегулярные функционалы $\int F_1 dt$ и $\int F_2 dt$ п р и н а д л е ж а т о д н о м к л а с с у, если $F_1 \prec F_2$ и $F_2 \prec F_1$. Все регулярные функционалы пр надлежат тому же классу, что и функционал — длина кривой.

3. Говорят, что последовательность кривых Γ_n с х о д и т с я к к р и в о Γ_0 п о ф у н к ц и о н а л у $I(\Gamma)$, если $\rho(\Gamma_n, \Gamma_0) \to 0$ и $I(\Gamma_n) \to I(\Gamma_0)$ при $n \to \infty$ $\rho(\Gamma_1, \Gamma_2)$ означает здесь расстояние в смысле Фреше.

Т е о р е м а 1. *Если $F_1 \prec F_2$, то из сходимости последовательност кривых по функционалу $\int F_1 dt$ следует сходимость этой последовател ности и по $\int F_2 dt$.*

Эта теорема является обобщением теоремы Тонелли (1) о том, что из сходимости кривых по регулярному функционалу следует сходимость по длине. Распространение теоремы Тонелли на случай двойных интегралов см. в работе (2).

4. Кривую Γ назовем *гладкой по функционалу* $I(\Gamma) = \int F\,dt$, если отношение $I(\gamma) : F(P_1, P_2 - P_1)$ (где γ — дуга кривой Γ; P_1 и P_2 — начальная и конечная точки дуги γ) стремится к 1, когда вектор $P_2 - P_1$ стремится к 0. В частности, кривая будет гладкой по длине, если отношение длины дуги к длине стягивающей эту дугу хорды стремится к 1, когда дуга стягивается к любой кривой. Непрерывно дифференцируемая кривая будет гладкой по любому квазирегулярному функционалу. Обратное неверно: например, кривая $\rho = e^{-\varphi^2}$, $0 \leqslant \varphi \leqslant \infty$, гладка по длине, но не имеет касательной при $\rho = 0$.

Пусть кривая Γ без самопересечений гладка по $\int F\,dt$. Тогда для любой точки P_0 кривой Γ выполняется следующее условие. Пусть γ_n — последовательность дуг кривой Γ, стягивающаяся к P_0. Обозначим через $\bar{\gamma}_n$ кривую, полученную из γ_n преобразованием подобия и параллельного переноса так, чтобы $|P_{2n} - P_{1n}| = 1$ и $P_{1n} = P_0$ для всех n, где P_{1n} и P_{2n} — соответственно начальная и конечная точки дуги $\bar{\gamma}_n$. Тогда последовательность $\bar{\gamma}_n$ компактна и всякая сходящаяся подпоследовательность дуг $\bar{\gamma}_{n_k}$ сходится к своей предельной дуге $\bar{\gamma}_0$ по «элементарному» функционалу $\int F_0(\dot{P})\,dt$, где $F_0(A) \equiv F(P_0, A)$, причем предельная дуга $\bar{\gamma}_0$ дает абсолютный минимум интегралу $\int F_0\,dt$ в задаче с неподвижными концами.

Обратно, если для всякой точки P_0 некоторой кривой Γ без самопересечений выполняется это условие, то Γ гладка по функционалу $\int F\,dt$.

Из этого необходимого и достаточного признака гладкости по функционалу и из теоремы 1 непосредственно вытекает следующая теорема.

Теорема 2. *Если* $F_1 \prec F_2$ *и если кривая* Γ *без самопересечений гладка по* $\int F_1 dt$, *то она гладка по* $\int F_2\,dt$.

Таким образом, кривая без самопересечений может быть гладкой (или не гладкой) только одновременно по всем функционалам данного класса. В частности, гладкость по регулярному функционалу эквивалентна гладкости по длине.

5. Связь между условием гладкости по функционалу и вариационными задачами устанавливается следующими теоремами.

Теорема 3. *Если кривая* Γ *дает абсолютный минимум функционалу* $\int F\,dt$ *в задаче с неподвижными концами, то* Γ *гладка по* $\int F\,dt$.

Теорема 4. *Пусть кривая* Γ_0 *без самопересечений гладка по квазирегулярному функционалу* $\int F\,dt$. *Тогда существует такая непрерывная функция точки* $G(P)$, *причем* $G > 0$ *всюду в* D, *что* Γ_0 *дает строгий абсолютный минимум функционалу*

$$I_1(\Gamma) = \int G(P)\,F(P, \dot{P})\,dt.$$

Заметим, что при этих предположениях функция $G(P)\,F(P, A)$ квазирегулярна и функционалы $\int F\,dt$ и $\int GF\,dt$ принадлежат одному классу, так как F и GF имеют одинаковые углы линейности.

Если положить $F(P, A) \equiv A$, то из теоремы 4 вытекает, что для любой гладкой по длине кривой (например, $\rho = e^{-\varphi^2}$, $0 \leqslant \varphi \leqslant \infty$) можно построить такой интеграл геометрической оптики $\int G(P)\,ds$, который принимает минимум на этой кривой. Следует отметить, что подинтегральное выражение регулярного функционала, принимающего минимум на кривой, гладкой по длине, но не гладкой в обычном смысле, не может быть.

дифференцируемым (и даже удовлетворять условию Липшица), что следует из результата работы Буземанна и Майера ([3]), показывающего, что для таких подинтегральных выражений кривая, дающая минимум, гладка. Для случая полуопределенных задач построение, аналогичное теореме 4, было сделано М. А. Лаврентьевым ([4]).

6. Из теорем 2, 3, 4 следует, что характеристическим свойством, необходимым и достаточным для того, чтобы данная кривая без самопересечений давала абсолютный минимум одному из функционалов данного класса, является гладкость этой кривой по какому-либо функционалу этого класса. В частности, кривая дает абсолютный минимум одному из регулярных функционалов в том и только том случае, когда она гладка по длине.

Горьковский государственный университет
им. Н. И. Лобачевского

Поступило
30 I 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] L. Tonelli, Fondamenti di calcolo delle variazioni, **1**, Bologna, 1921. [2] Ю. В. Глебский, Матем. сборн., **30** (72), 3, 529 (1952). [3] H. Busemann, W. Mayer, Trans. Am. Math. Soc., **49**, № 2, 173 (1941). [4] М. А. Лаврентьев, Ann. di Mat., **4**, ser. 4, 7 (1926).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

МАТЕМАТИКА

Я. И. ЖИТОМИРСКИЙ

О ЗАДАЧЕ КОШИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

(Представлено академиком И. Г. Петровским 15 V 1957)

Рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} + Lu = f(x,\ t), \tag{1}$$

где

$$L = -\sum_{i,\ j=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i} a_{ij}(x) \frac{\partial}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^{n} b_i(x) \frac{\partial}{\partial x_i} + c(x),\quad x = (x_1,\ \ldots,\ x_n).$$

Введем обозначения:

$$\Delta(x) = \det \| a_{ij}(x) \|,\quad \Delta_i(x) = \begin{vmatrix} a_{11} \ldots a_{1,\,i-1} & b_1 & a_{1,\,i+1} \ldots a_{1n} \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ a_{n1} \ldots a_{n,\,i-1} & b_n & a_{n,\,i+1} \ldots a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Предположим, что коэффициенты оператора L удовлетворяют следующим условиям:

$$a_{ij}(x) = a_{ji}(x) \tag{2}$$

при всех x,

$$\sum_{i,\ j=1}^{n} a_{ij}(x)\,\xi_i \xi_j \geqslant \alpha^2 \sum_{i=1}^{n} \xi_i^2 \quad (\alpha > 0) \tag{3}$$

и коэффициент $c(x)$ ограничен снизу:

$$c(x) > -c \quad (c > 0). \tag{4}$$

Пусть найдется дифференцируемая функция $g(x)$ такая, что

$$\frac{\partial g}{\partial x_i} \equiv \frac{\Delta_i(x)}{\Delta(x)}. \tag{5}$$

К уравнению (1) присоединим начальное условие

$$u(x,\ 0) = 0. \tag{1'}$$

В данной работе изучаются вопросы существования и единственности решения задачи Коши (1) — (1') во всем пространстве $(x_1, \ldots, x_n)$ в классе быстро растущих функций.

Следуя М. И. Вишику ([1]), определим обобщенное решение задачи Коши (1) — (1'). Для этого нам понадобится ввести в рассмотрение некоторые гильбертовы пространства функций.

Рассмотрим сначала пространство финитных дважды дифференцируемых функций Ω_L со скалярным произведением

$$(u,\ v) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \cdots \int u(x,\ t)\, v(x,\ t)\, e^{-g(x)} dx. \tag{6}$$

Покажем, что оператор L является симметрическим на Ω_L. Пусть Ω есть область в пространстве $(x_1, \ldots, x_n)$; Γ — ее поверхность; $\mathbf{n}$ — внешняя нормаль к Γ. Полагая в известной формуле Остроградского

$$\int\limits_{\Omega} \cdots \int \operatorname{div} \mathbf{R}\, dx = \int\limits_{\Gamma} \cdots \int (\mathbf{R},\ \mathbf{n})\, d\sigma$$

($(\mathbf{R},\ \mathbf{n})$ — обычное скалярное произведение двух векторов)

$$\mathbf{R} = \left\{ v(x)\, e^{-g(x)} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(x)\, \frac{\partial u}{\partial x_j} \right\},$$

беря в качестве Ω сферу радиуса r и устремляя затем r к бесконечности, легко получаем формулу

$$-\int\limits_{-\infty}^{\infty} \cdots \int \sum_{i,j=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i} a_{ij}(x)\, \frac{\partial u}{\partial x_j} v(x)\, e^{-g(x)} dx = \tag{7}$$

$$= \int\limits_{-\infty}^{\infty} \cdots \int \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x)\, \frac{\partial u}{\partial x_j} \frac{\partial v}{\partial x_i} e^{-g(x)} dx - \int\limits_{-\infty}^{\infty} \cdots \int \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x)\, \frac{\partial u}{\partial x_j} v(x)\, e^{-g(x)} \frac{\Delta_i(x)}{\Delta(x)} dx.$$

Из (7) следует

$$(Lu,\ v) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \cdots \int \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x)\, \frac{\partial u}{\partial x_j} \frac{\partial v}{\partial x_i} e^{-g(x)} dx +$$

$$+ \sum_{j=1}^{n} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \cdots \int \left(-\sum_{i-1}^{n} a_{ij}(x) \frac{\Delta_i(x)}{\Delta(x)} + b_j(x) \right) \frac{\partial u}{\partial x_j} v(x)\, e^{-g(x)} dx +$$

$$+ \int\limits_{-\infty}^{\infty} \cdots \int c(x)\, u(x)\, v(x)\, e^{-g(x)} dx.$$

Но, в силу определения величин $\Delta_i(x)$ и $\Delta(x)$, очевидно, $\sum\limits_{i=1}^{n} a_{ij}(x) \frac{\Delta_i(x)}{\Delta(x)} = b_j(x)$ $(j = 1, \ldots, n)$. Поэтому

$$(Lu,\ v) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \cdots \int \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x)\, \frac{\partial u}{\partial x_j} \frac{\partial v}{\partial x_i} e^{-g(x)} dx + \int\limits_{-\infty}^{\infty} \cdots \int c(x)\, u(x)\, v(x)\, e^{-g(x)} dx. \tag{8}$$

Меняя в (8) ролями функции $u(x)$ и $v(x)$ и учитывая (2), получаем симметричность оператора L на Ω_L:

$$(Lu,\ v) = (u,\ Lv). \tag{9}$$

Из формулы (8) и условий (3), (4) вытекает $(Lu,\ u) > -c(u,\ u)$. Производя в (1) замену неизвестной функции $u(x,\ t) = e^{k_1 t} v(x,\ t)$ и выбирая k_1 так, чтобы $k = k_1 - c > 0$, получим, что оператор $L_1 = L + k$ удовлетворяет условию

$$(L_1 u,\ u) > k(u,\ u). \tag{10}$$

Поэтому можно считать, что L также удовлетворяет условию (10).

Введем теперь в пространстве Ω_L новую метрику по формуле

$$\{u,\ u\}' = (Lu,\ u). \tag{11}$$

Пополним пространство Ω_L по метрикам (6) и (11). Полученные полные гильбертовы пространства обозначим соответственно через H и H'.

Так как билинейная форма $(Lu,\ v)$ ограничена в метрике (11), ее можно реализовать в виде билинейной формы некоторого ограниченного симметрического оператора $\widetilde{L}$ в H'

$$(Lu,\ v) = \{\widetilde{L}u,\ v\}'. \tag{12}$$

Рассмотрим теперь оператор $S = \frac{\partial}{\partial t} + L$, определенный на пространстве функций Ω_S, удовлетворяющих следующим условиям:

1) $u(x,\ 0) = 0$;

2) $u(x,\ t) \in \Omega_L$ при всех $t \in [0,\ T]$;

3) $\frac{\partial u}{\partial t}$ существует в H при $t \in [0,\ T]$, причем $\int\limits_0^T \left(\frac{\partial u}{\partial t},\ \frac{\partial u}{\partial t}\right) dt < \infty$;

4) $\int\limits_0^T (Lu,\ Lu)\, dt < \infty$.

В пространстве функций Ω_S введем две метрики по формулам

$$[u,\ v] = \int\limits_0^T (u,\ v)\, dt; \tag{13}$$

$$\{u,\ v\}_1 = \int\limits_0^T \{u,\ v\}' dt. \tag{14}$$

Пополним пространство Ω_S по метрикам (13) и (14). Полученные полные гильбертовы пространства обозначим соответственно через $\mathfrak{A}$ и $\mathfrak{A}'$. Так как

$$\left|\left[\frac{\partial u}{\partial t},\ v\right]\right| \leqslant \left[\frac{\partial u}{\partial t},\ \frac{\partial u}{\partial t}\right] \cdot [v,\ v] < C_1 \int\limits_0^T (Lv,\ v)\, dt \leqslant C_2 \{v,\ v\}_1,$$

то билинейную форму $\left[\frac{\partial u}{\partial t},\ v\right]$ можно реализовать в $\mathfrak{A}'$ в виде формы некоторого оператора $\widetilde{T}$

$$\left[\frac{\partial u}{\partial t},\ v\right] = \{\widetilde{T}u,\ v\}_1.$$

В то же время

$$[Lu,\ v] = \int\limits_0^T (Lu,\ v)\, dt = \int\limits_0^T \{\widetilde{L}u,\ v\}'\, dt = \{\widetilde{L}u,\ v\}_1.$$

Итак,

$$[Su,\ v] = \{\widetilde{T}u,\ v\}_1 + \{\widetilde{L}u,\ v\}_1. \tag{15}$$

Считая теперь, что $v(x,\ t)$ принадлежит пространству Ω^*, состоящему из функций $v(x,\ t)$, входящих в Ω_S и удовлетворяющих условию $v(x,\ T) = 0$ (очевидно, Ω^* плотно в Ω_S по метрике (14)), можно в (15) перебросить оператор $\widetilde{T}$ на функцию $v(x,\ t)$

$$[Su,\ v] = \{u,\ \widetilde{T}^* v\}_1 + \{u,\ \widetilde{L}^* v\}_1. \tag{16}$$

Из (16) следует, что, если $u(x,\ t)$ обычное решение уравнения (1), то

$$[f,\ v] = \{u,\ (\widetilde{T}^* + \widetilde{L}^*)\, v\}_1. \tag{17}$$

Обобщенным решением задачи (1) — (1′) будем называть такую функцию $u(x, t)$, принадлежащую пространству $\mathfrak{A}'$, для которой имеет место равенство (17) при всех $v(x, t)$ из пространства Ω^* [1].

Так как оператор L удовлетворяет условиям (9) и (10) (симметричность и положительная определенность), то, в силу результатов работы [1] (см. также [2]), имеет место следующая теорема.

Теорема. *При любой функции $f(x, t)$, удовлетворяющей условию* $\int_0^T (f, f)\,dt < \infty$, *существует обобщенное решение задачи* (1) — (1′), *и оно единственно.*

Рассмотрим в качестве примера уравнение вида (1), в котором

$$Lu = -\Delta u + \sum_{i=1}^{n} b_i(x_i)\frac{\partial u}{\partial x_i} + c(x)u,$$

где Δ — n-мерный оператор Лапласа; b_i зависит лишь от x_i; $x = (x_1, \ldots, x_n)$. Легко видеть, что условия (2) — (5) здесь выполнены. В этом случае $g(x) = \sum_{i=1}^{n} \int_0^{x_i} b_i(y)\,dy$. Тогда для любой функции $f(x, t)$, удовлетворяющей условию $\int_0^T \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int f^2(x, t)\, e^{-g(x)} dx\, dt < \infty$, существует обобщенное решение задачи Коши (1) — (1′), и оно единственно.

В частности, при $n = 1$, $b(x) = x^{2m-1}$ мы получаем единственность решения задачи Коши (1) — (1′) в классе функций $u(x, t)$, удовлетворяющих условиям $|u(x, t)| \leqslant A_1 e^{A_2 |x|^{2m-\varepsilon}}$, $\left|\frac{\partial u(x, t)}{\partial x}\right| \leqslant A_3 e^{A_4 |x|^{2m-\varepsilon}}$, при любом $\varepsilon > 0$; $0 \leqslant t \leqslant T$; A_1, A_2, A_3, A_4 — постоянные.

Эти примеры показывают, что класс единственности решения задачи Коши (1) — (1′) может неограниченно расширяться (в смысле допустимого роста при $|x| \to \infty$ входящих в него функций) в зависимости от поведения при $|x| \to \infty$ коэффициентов уравнения (1).

Смешанная задача для уравнения (1) для полупространства $x_i > 0$ ставится следующим образом: ищется решение уравнения (1), удовлетворяющее условию (1′) и граничному условию

$$u(x_1, \ldots, x_n, t)|_{x_i = 0} = 0. \qquad (1'')$$

Задача (1) — (1′) — (1″) известным образом [1] сводится к задаче (1) — (1′). Для этого следует на функции пространства Ω_L наложить дополнительное ограничение $u(x, t) = 0$ при $x_i \leqslant 0$. Тогда, как и выше,

Теорема. *При любой функции $f(x, t)$, удовлетворяющей условию* $\int_0^T (f, f)\,dt < \infty$, *существует обобщенное решение задачи* (1) — (1′) — (1″) *и оно единственно.*

Разобранные выше примеры показывают, что и в этом случае класс единственности решения задачи (1) — (1′) — (1″) содержит функции, допустимый рост которых при $|x| \to \infty$ может неограниченно увеличиваться с увеличением роста при $|x| \to \infty$ коэффициентов уравнения (1).

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
11 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] М. И. Вишик, Матем. сборн., **39** (81), 1 (1956). [2] М. И. Вишик, О. А. Ладыженская, Усп. матем. наук, **11**, в. 6 (72) (1956).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

МАТЕМАТИКА

Член-корреспондент АН СССР А. А. МАРКОВ

ОБ ИНВЕРСИОННОЙ СЛОЖНОСТИ СИСТЕМ ФУНКЦИЙ

1. Пусть n — отличное от нуля натуральное число. Алфавитом формул в n переменных будем называть алфавит $\{0, 1, x_1, \ldots, x_n, \&, \vee, \neg, (,)\}$. Будем обозначать этот алфавит через Φ_n. Буквы $x_1, \ldots, x_n$ алфавита Φ_n будем называть переменными, буквы 0 и 1 — постоянными.

Формулами в n переменных будем называть слова в алфавите Φ_n, определяемые следующими порождающими правилами.

F1. Однобуквенные слова

$$0, 1, x_1, \ldots, x_n$$

суть формулы в n переменных.

F2. Если слова P и Q суть формулы в n переменных, то слова $(P\&Q)$ и $(P \vee Q)$ суть формулы в n переменных.

F3. Если слово P есть формула в n переменных, то слово $\neg P$ есть формула в n переменных.

Формулы, начинающиеся буквой $\neg$, будем называть отрицательными формулами. Всякую формулу, входящую в формулу P, будем называть подформулой формулы P. Всякую подформулу хотя бы одной из формул $P_1, \ldots, P_m$ будем называть подформулой системы формул $P_1, \ldots, P_m$.

Число различных отрицательных подформул системы формул $P_1, \ldots, P_m$ будем называть инверсионной сложностью этой системы формул.

2. Всякая формула в n переменных известным образом определяет булевскую функцию от n аргументов, т. е. функцию, принимающую лишь значения 0 и 1 от n аргументов, принимающих лишь эти же два значения. Всякая система m формул от n переменных определяет систему m булевских функций от n аргументов (m — целое положительное число).

Известно, что и наоборот, всякая булевская функция от n аргументов может быть определена формулой в n переменных. Поэтому всякая система m булевских функций от n аргументов может быть определена системой m формул в n переменных.

Пусть имеем систему m булевских функций $f_1, \ldots, f_m$ от n аргументов. Она может быть определена различными системами формул в n переменных. Каждая такая система формул имеет определенную инверсионную сложность. Наименьшую из инверсионных сложностей систем формул, определяющих систему функций $f_1, \ldots, f_m$, мы будем называть инверсионной сложностью системы функций $f_1, \ldots, f_m$. В частности, наименьшую из инверсионных сложностей формул, определяющих функцию f, мы будем называть инверсионной сложностью функции f. Инверсионную сложность системы функций $f_1, \ldots, f_m$ мы будем обозначать символом $\mathrm{Inv}(f_1, \ldots, f_m)$. Частным случаем этого обозначения является обозначение $\mathrm{Inv}(f)$ для инверсионной сложности функции f.

3. Систему n постоянных $(a_1, \ldots, a_n)$ будем называть n-мерным булевским вектором. Всякую булевскую функцию от n аргумен-

тов можно рассматривать как функцию от n-мерного булевского вектор принимающую значения 0 и 1.

Пусть A и B — n-мерные булевские векторы. Пусть $A = (a_1, \ldots, a_r$ $B = (b_1, \ldots, b_n)$. Будем говорить, что A предшествует B, ес $a_i \leqslant b_i (i = 1, \ldots, n)$ и $a_j < b_j$ для некоторого j. В дальнейшем запись $A \prec$ будет означать, что булевский вектор A предшествует булевскому вектору

Пусть f — булевская функция от n аргументов; $A_1, \ldots, A_r$ — посл довательность n-мерных булевских векторов. Будем говорить, что э последовательность есть знакопеременная цепь функции если

$$A_i \prec A_{i+1} \quad (1 \leqslant i < r),$$

$$f(A_i) = \begin{cases} 1 \text{ при нечетном } i, \\ 0 \text{ при четном } i \end{cases} \quad (1 \leqslant i \leqslant r).$$

Число r будем тогда называть длиной знакопеременной цеп $A_1, \ldots, A_r$.

Если функция f не равна нулю тождественно, то знакоперем ностью функции f будем называть наибольшую из длин знакопер менных цепей этой функции. Функции, тождественно равной нулю, пр пишем знакопеременность 0.

Знакопеременность функции f будем обозначать символом Alt (f Ясно, что

$$0 \leqslant \mathrm{Alt}(f) \leqslant n + 1$$

для всякой булевской функции f от n аргументов.

4. Пусть r — натуральное число. Двоичным размером чи ла r будем называть наименьшее из натуральных чисел y таких, что

$$r < 2^y.$$

Двоичный размер числа r будем обозначать символом $\mathrm{D}(r)$. Ясно, чт $\mathrm{D}(0) = 0$, тогда как $\mathrm{D}(r) = [\lg_2 r] + 1$ при $r > 0$. Ясно также, что пр $r > 0$ $\mathrm{D}(r)$ есть число цифр в двоичной записи числа r.

Символ $\mathrm{pd}(r)$ будет в дальнейшем означать натуральное число, непосред ственно предшествующее r, при $r > 0$ и число 0 при $r = 0$ (ср. [1], стр. 200

5. Имеет место следующая теорема, дающая выражение инверсионно сложности булевской функции f через знакопеременность этой функции.

5.1. *Для всякой булевской функции f имеет место равенство*

$$\mathrm{Inv}(f) = \mathrm{pd}(\mathrm{D}(\mathrm{Alt}(f))).$$

6. Пусть m — целое положительное число. Имеется ровно 2^{m2^n} разли ных систем m булевских функций от n аргументов. Наибольшую из их и версионных сложностей обозначим через $\mathrm{I}(n, m)$. Следующие теоремы да простой способ вычисления так определенной арифметической функции от двух аргументов.

6.1. $\mathrm{I}(n, 1) = \mathrm{pd}(\mathrm{D}(n + 1))$.

6.2. $\mathrm{I}(n, m) = \mathrm{D}(n)$ *при* $m > 1$.

7. Следующая лемма играет существенную роль в доказательстве эти результатов.

7.1. Пусть k — целое положительное число и $n = 2^k - 1$. Определи булевские функции s_t $(t = 0, \ldots, n)$ от n аргументов равенствами

$$s_0(x_1, \ldots, x_n) = 1,$$

$$s_t(x_1, \ldots, x_n) = \bigvee_{1 \leqslant i_1 < \ldots < i_t \leqslant n} x_{i_1} \& \ldots \& x_{i_t} \quad (1 \leqslant t \leqslant n).$$

Для всякого k-членного кортежа $\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_k$ ($\varepsilon_i = 0, 1$ при $i = 1, \ldots, k$) определим булевскую функцию $S_{\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_k}$ от n аргументов равенством

$$S_{\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_k}(x_1, \ldots, x_n) = s_t(x_1, \ldots, x_n),$$

где

$$t = \sum_{i=1}^{k} \varepsilon_i 2^{k-i}.$$

Определим булевскую функцию g_1 от n аргументов равенством

$$g_1(x_1, \ldots, x_n) = S_{1,0,\ldots,0}(x_1, \ldots, x_n);$$

при $j = 2, \ldots, k$ определим булевскую функцию g_j от $n + j - 1$ аргументов равенством

$$g_j(x_i, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_{j-1}) = \bigvee_{\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_{j-1}} S_{\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_{j-1}, 1,0,\ldots,0}(x_1, \ldots, x_n) \,\&\, y_1^{1-\varepsilon_1} \,\&\, \ldots \,\&\, y_{j-1}^{1-\varepsilon_{j-1}},$$

где y^0 означает 1, а y^1 означает y. Определим булевскую функцию g от $n + k$ аргументов равенством

$$g(x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_k) = \bigvee_{\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_k} S_{\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_k}(x_1, \ldots, x_n) \,\&\, y_1^{1-\varepsilon_1} \,\&\, \ldots \,\&\, y_k^{1-\varepsilon_k}.$$

Определим последовательно функции h_j ($j = 1, \ldots, k$) от n аргументов равенствами

$$h_1(x_1, \ldots, x_n) = \neg g_1(x_1, \ldots, x_n),$$

$$h_j(x_1, \ldots, x_n) = \neg g_j(x_1, \ldots, x_n, h_1(x_1, \ldots, x_n), \ldots, h_{j-1}(x_1, \ldots, x_n))$$

$$(1 < j \leqslant k).$$

Тогда имеют место тождества

$$g(x_1, \ldots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \ldots, x_n, h_1(x_1, \ldots, x_n), \ldots, h_k(x_1, \ldots, x_n)) = \neg x_i$$

$$(1 \leqslant i \leqslant n),$$

$$g_k(x_1, \ldots, x_n, h_1(x_1, \ldots, x_n), \ldots, h_{k-1}(x_1, \ldots, x_n)) = \sum_{i=1}^{n} x_i,$$

где знак суммы означает суммирование по модулю 2.

8. Вопросом об инверсионной сложности одной булевской функции занимался Э. Н. Гильберт ([2]). Однако результата 5.1 он не получил, хотя и был, по-видимому, близок к его получению. Инверсионной сложностью систем булевских функций этот автор, насколько нам известно, не занимался.

Математический институт им. В. А. Стеклова
Академии наук СССР

Поступило
17 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] С. К. Клини, Введение в метаматематику, М., 1957. [2] E. N. Gilbert, J. of Math. and Physics, **33**, 1, 57 (1954).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

МАТЕМАТИКА

А. М. МОЛЧАНОВ

КОНЕЧНЫЕ МНОЖЕСТВА И СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ

(Представлено академиком М. В. Келдышем 8 V 1957)

Скалярное произведение обычно вводится как сумма произведений одноименных компонент векторов

$$(x, x') = x_1x_1' + \ldots + x_sx_s'.$$

Цель настоящей заметки — показать, что скалярное произведение можно получить несложным предельным переходом, исходя из конечных множеств. Точнее, будет показано, что для подмножеств конечных множеств можно ввести понятие близости, переходящее в понятие скалярного произведения при увеличении числа элементов, входящих в конечное множество. Для того чтобы сформулировать точные утверждения, необходимо ввести несколько определений.

Определение 1. Разбиение конечного множества на непересекающиеся подмножества

$$M = m_1 + m_2 + \ldots + m_s$$

называется компонентой.

Подмножества m_1, m_2,..., m_s называются элементами компоненты.

Интерес представляет обычно случай большого числа компонент, так как здесь возникают предельные соотношения.

Определение 2. Зерном называется пересечение нескольких элементов различных компонент

$$p = m_{i_1}^{(1)}m_{i_2}^{(2)} \ldots m_{i_N}^{(N)}.$$

Определение 3. Две компоненты данной системы компонент («структуры») называются эквивалентными, если они состоят из одинакового числа множеств и соответственные зерна содержат одинаковое число элементов.

Например, если эквивалентны первая и вторая компоненты, то зерна $p = m_{i_1}^{(1)}m_{i_2}^{(2)} \ldots m_{i_N}^{(N)}$ и $\widetilde{p} = m_{i_2}^{(1)}m_{i_1}^{(2)} \ldots m_{i_N}^{(N)}$, получающиеся друг из друга перестановкой i_1 и i_2, должны содержать одинаковое число элементов при всех $i_1, i_2, \ldots, i_N$.

Определение 4. Суперпозицией («смесью») двух зерен $p = m_{i_1}^{(1)}m_{i_2}^{(2)} \ldots m_{i_N}^{(N)}$ и $q = m_{k_1}^{(1)}m_{k_2}^{(2)} \ldots m_{k_N}^{(N)}$ называется зерно $r = m_{l_1}^{(1)}m_{l_2}^{(2)} \ldots m_{l_N}^{(N)}$, у которого каждый из множителей $m_{l_1}^{(1)}, m_{l_2}^{(2)}, \ldots, m_{l_N}^{(N)}$ совпадает с соответствующим множителем либо зерна p, либо зерна q.

Можно, конечно, говорить о суперпозиции не только двух, но и большего числа зерен.

Определение 5. Мерой близости («скалярным произведением») двух зерен p и q называется число совпадающих множителей

$$(p, q) = \delta_{i_1k_1} + \delta_{i_2k_2} + \ldots + \delta_{i_Nk_N}.$$

Заметим, что мера близости двух зерен всегда не превосходит N, и если она равна N, то зерна тождественны.

Для удобства в дальнейшем будем пользоваться аддитивной записью зерна $m_{i_1}P_1 + m_{i_2}P_2 + \ldots + m_{i_N}P_N$ (вместо мультипликативной $m_{i_1}^{(1)}m_{i_2}^{(2)} \ldots m_{i_N}^{(N)}$), введя «проекционные операторы» $P_1, P_2, \ldots, P_N$. Всюду в этой заметке предполагается, что все N компонент эквивалентны, а число элементов в каждой компоненте s фиксировано, в то время как число компонент N неограниченно увеличивается. Так как компоненты эквивалентны, то аддитивную запись можно упростить, собирая «подобные» при одинаковых (точнее, эквивалентных) множествах m: $p = m_{i_1}p_1 + m_{i_2}p_2 + \ldots + m_{i_N}p_N = \sum_m mP(m)$. Таким образом зерно записывается как операторная функция над элементами компоненты $P(m)$. Мера близости двух зерен p и q удобно выражается через функции $P(m)$ и $Q(m)$: $(p, q) = \sum_m \mathrm{Sp}\,[P(m)\,Q(m)]$. Суперпозиция двух или нескольких зерен записывается, как легко проверить, при помощи проекционных операторов $A_1, A_2, \ldots, A_l$ (в сумме равных единичному) $P(m) = A_1P_1(m) + A_2P_2(m) + \ldots + A_lP_l(m)$.

Для того чтобы получить (в пределе, конечно) обычное скалярное произведение в линейном векторном пространстве, рассмотрим множества, получающиеся объединением всех эквивалентных между собой (относительно перестановки компонент) зерен. Для краткости будем называть эти множества **симметрическими зернами**. Ясно, что каждое симметрическое зерно определяется числовой функцией $n(m) = \mathrm{Sp}\,P(m)$, так как перестановка компонент — это то же, что перестановка операторов P_i. Симметрические зерна состоят, вообще говоря, из возрастающего вместе с N числа зерен. Если взять наугад из двух симметрических зерен по представителю и найти меру их близости, то ее значение будет, конечно, зависеть от того, какие были взяты представители. Однако при достаточно большом N в подавляющем числе случаев получатся весьма близкие результаты. При этом, если одно симметрическое зерно задается функцией $n(m)$, а другое функцией $n'(m)$, то мера близости их представителей в подавляющем большинстве случаев мало отличается от числа $\frac{1}{N}[n(m_1)\,n'(m_1) + n(m_2)\,n'(m_2) + \ldots + n(m_s)\,n'(m_s)]$. Таким образом, если ввести нормированные на единицу функции $a(m) = \frac{1}{N}n(m)$ и $a'(m) = \frac{1}{N}n'(m)$, а также нормированную на единицу меру близости $\frac{1}{N}\sum_m \mathrm{Sp}\,[P(m)\,P'(m)]$, то при $N \to \infty$ существует предел этой меры, и он равен обычному скалярному произведению функций $a(m)$ и $a'(m)$ (чем, собственно, и оправдывается само наименование «скалярное произведение» для меры близости зерен). Аналогично этому суперпозиция в пределе превращается в линейную комбинацию с суммой весов, равной единице. Поэтому на линейное пространство s-мерных векторов (или функций над s точками) с неотрицательными коэффициентами, в сумме равными единице, можно смотреть как на асимптотическое описание свойств структур — конечных множеств, разбитых на большое число эквивалентных компонент. Скалярное произведение возникает при этом естественным образом как асимптотика меры близости. (Заметим попутно, что сама мера близости имеет, по-видимому, аналог в теории информации, где вводится понятие близости двух сообщений. Однако неясно, соответствует ли чему-нибудь в теории информации рассмотрение эквивалентных компонент и симметрических зерен.)

Доказательство (и точная формулировка с остаточными членами) уп мянутых выше предельных теорем получается сведением к теории сумм торных функций ([1]) и применением затем обычных теоретиковероятнос ных методов (характеристические функции и метод перевала). Проилл стрируем это утверждение на примере скалярного произведения.

Так как скалярное произведение есть функция пары зерен, то осно ное множество, которое должно рассматриваться,— это множество посл довательностей пар элементов $m_{i_1}^{(1)}, m_{k_1}^{(1)}; m_{i_2}^{(2)}, m_{k_2}^{(2)}; \ldots; m_{i_N}^{(N)}, m_{k_N}^{(N)}$. Это мн жество есть прямое произведение N множеств вида (m, m'). На кажд из таких множеств зададим $2s$ функций следующим образом: $f_k(m, m') = \delta_{m_k m}$ и $f_k'(m, m') = \delta_{m_k' m'}$, $k = 1, 2, \ldots, s$. Рассмотрим далее $2s$ суммато ных функций $F_k = f_k^{(1)} + f_k^{(2)} + \ldots + f_k^{(N)}$ и $F_k' = f_k'^{(1)} + f_k'^{(2)} + \ldots + f_k'^{(N)}$. Скалярное произведение также является сумматорной функцией $G = g^{(1)} + g^{(2)} + \ldots + g^{(N)}$, причем в каждой компоненте $g = f_1 f_1' + f_2 f_2' + \ldots + f_s f_s'$. Ясно, что F_k не что иное, как «числа заполнения» множес m_k, так что фиксирование значений F_k равносильно заданию симметр ческого зерна.

Следовательно, асимптотика скалярного произведения сводится к х рошо известной задаче теории сумматорных функций:

Заданы значения нескольких $(2s)$ сумматорных фун ций $F_k = n(m_k) = Na(m_k)$, $F_k' = n'(m_k) = Na'(m_k)$, $k = 1, 2, \ldots, s$. Тр буется найти среднее значение и дисперсию суммато ной функции G на множестве, определенном фиксир ванием значений F_k и F_k'.

Основную роль при решении такой задачи играет, как известно ([1] структурная функция $\Omega_N(a_1, a_2, \ldots, a_s, a_1', a_2', \ldots, a_s')$, равная числу эл ментов из M, на которых функции F_k и F_k' принимают заданные знач ния Na_k, Na_k'. Важное свойство, которым обладает Ω_N, состоит в том что она есть свертка структурных функций, относящихся к отдельны компонентам. Это обстоятельство позволяет, введя характеристическу функцию — преобразование Лапласа структурной функции — применит как это сделано в ([1]), аналитический аппарат теории вероятностей дл доказательства предельных соотношений. Впрочем, нередко бывает удобн использовать прямо метод перевала. Недостаток места не позволяет оста новиться более подробно на деталях рассуждений. По этой же причин приходится пройти мимо очень важного вопроса о том, каким образо могут появиться в качестве предельных образований линейные векторны пространства с действительными (а не только положительными) и, те более, комплексными коэффициентами. Здесь можно только указать, чт их появление связано с более глубоким изучением, как статистическим так и структурным, конечных множеств, разбитых на эквивалентные ком поненты.

Отделение прикладной математики
математического института им. В. А. Стеклова
Академии наук СССР

Поступило
7 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. Я. Хинчин, Математические основания статистической механики, 1943.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

МАТЕМАТИКА

Ю. А. РОЗАНОВ

О ЛИНЕЙНОМ ИНТЕРПОЛИРОВАНИИ СТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ С ДИСКРЕТНЫМ ВРЕМЕНЕМ

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 16 IV 1957)

В этой заметке обобщается на многомерные и бесконечномерные процессы условие интерполируемости стационарной последовательности

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\lambda}{f_\lambda} = \infty \qquad (*)$$

А. Н. Колмогорова ([1]) и результаты работы ([2]). В § 1 излагается бескоординатный способ определения самого понятия стационарного процесса, который в § 2 приводит к более изящной формулировке результатов.

§ 1. Стационарный процесс и его спектральный функционал. В этом параграфе мы излагаем совместно случай непрерывного времени (t пробегает все действительные значения) и дискретного времени (t пробегает все целые значения).

При координатном подходе n-мерным стационарным процессом называется совокупность n случайных комплексных функций

$$x_1(t), \quad x_2(t), \ldots, x_n(t) \qquad (1)$$

таких, что

$$Mx_i(t) = m_i, \quad Mx_i(t+\tau)\overline{x_j(t)} = B_{ij}(\tau); \qquad (2)$$

при этом, не органичивая общности, считают $m_i = 0$.

Рассмотрим H — совокупность случайных комплексных величин x с $Mx = 0$ и $M|x|^2 < \infty$. Если отождествить все $x \in H$, отличающиеся друг от друга лишь с вероятностью, равной 0, то H превращается в гильбертово пространство со скалярным произведением $(x, y) = M x\bar{y}$. Каждому вектору $a = (a^1, a^2, \ldots, a^n)$ аффинного n-мерного пространства A поставим в соответствие элемент пространства H

$$x_t(a) = a^1 x_1(t) + a^2 x_2(t) + \ldots + a^n x_n(t).$$

Легко видеть, что скалярное произведение

$$B_\tau(a, b) = (x_{t+\tau}(a), \; x_t(b)) \qquad (3)$$

не зависит от t при любых $a, b \in A$.

Очевидно, что изучение системы функций (1) равносильно изучению функции $x_t(a)$ от t и a.

В пространстве A естественно ввести скалярное произведение $(a, b) = B_0(a, b)$ и норму $\|a\| = (a, a)^{1/2}$ и отождествить элементы a и b в случае $\|a - b\| = 0$. Тогда A становится унитарным пространством, а операторы x_t оказываются изометрическими.

Используемая далее бескоординатная концепция стационарных процессов, предложенная А. Н. Колмогоровым, заключается в том, что стационарным процессом $\{A, x_t\}$ называется совокупность унитарного пространства A «одновременно наблюдаемых величин» и линейных изометрических операторов x_t из A в H, удовлетворяющих условию независимости скалярных произведений (3) от t. На x_t естественно наложить условие непрерывности

$$\lim_{t-s\to 0} \|x_t(a) - x_s(a)\| = 0$$

для всех $a \in A$.

Пусть H_x — линейное замыкание элементов $x_t(a)$ в H. Равенства $U^\tau x_t(a) = x_{t+\tau}(a)$ определяют на H_x (1) унитарные операторы U^τ,

$$U^t U^\tau = U^{t+\tau},\ \|U^{t+\tau}x - U^\tau x\| \to 0 \text{ при } t \to 0 \text{ и любом } x \in H.$$

Для U^τ справедливо представление

$$U^\tau = \int e^{i\lambda\tau} dE_\lambda, \tag{4}$$

где E_λ — спектральное семейство (здесь и далее интегрирование происходит в пределах $-\pi \leqslant \lambda \leqslant \pi$ в дискретном случае, в пределах $-\infty < \lambda < +\infty$ в непрерывном случае).

Спектральным функционалом процесса будем называть билинейный функционал

$$F_\lambda(a, b) = (E_\lambda x_0(a),\ x_0(b)). \tag{5}$$

Очевидно, что

$$B_\tau(a, b) = \int e^{i\lambda\tau} dF_\lambda(a, b).$$

Спектральный функционал $F_\lambda(a, b)$ при фиксированных a и b почти всюду имеет производную

$$f_\lambda(a, b) = F'_\lambda(a, b), \tag{6}$$

которую назовем спектральной плотностью. Пусть M_λ — множество $a \in A$, для которых $f_\lambda(a, a)$ существует; всякое $a \in A$ при почти всех λ принадлежит M_λ; $f_\lambda(a, b)$ есть билинейный функционал на M_λ, которое в случае сепарабельности A для почти всех λ всюду плотно в A.

§ 2. О линейном интерполировании. Будем рассматривать случай дискретного времени. Пусть T — конечное множество целых чисел, $H(T)$ и $\hat{H}(T)$ — соответственно линейные замыкания $x_t(a)$ при $t \in T$, $a \in A$ и $x_t(a)$ при $t \bar{\in} T$, $a \in A$. Спрашивается, когда $x_t(a)$ при $t \in T$ можно линейно проинтерполировать, зная $x_t(a)$ при $t \bar{\in} T$, т. е. когда $H(T) \subset \hat{H}(T)$?

Относительно процесса $\{A, x_t\}$ будем предполагать, что A сепарабельно и f_λ для почти всех λ ограничен, т. е. $|f_\lambda(a, b)| \leqslant C_\lambda \|a\| \cdot \|b\|$, $a, b \in M_\lambda$.

Тогда $f_\lambda(a, b) = (f_\lambda a, b)$, где f_λ — некоторый положительный ограниченный линейный оператор на A.

Пусть $\theta(\lambda)$ — подпространство элементов $a \in A$, для которых $f_\lambda a = 0$; $A(\lambda) = A \ominus \theta(\lambda)$; на $A(\lambda)$ существует f_λ^{-1}.

Рассмотрим гильбертово пространство $\mathfrak{B}(T)$ функций b_λ, определенных почти всюду на $[-\pi, \pi]$ и таких, что:

1°. $b_\lambda = \sum_{t \in T} e^{i\lambda t} b_t$, $b_t \in A$.

2°. $b_\lambda \in f_\lambda A$.

3°. $\int_{-\pi}^{\pi} (f_\lambda^{-1} b_\lambda,\ b_\lambda)\, d\lambda < \infty$.

Скалярное произведение в $\mathfrak{B}(T)$ есть $\int_{-\pi}^{\pi} (f_\lambda^{-1} b_\lambda, b'_\lambda)\, d\lambda$.

Основная теорема. $\Delta(T) = H(T) \ominus \hat{H}(T)$ *изометрично* $\mathfrak{B}(T)$.

Пусть, например, A есть n-мерное унитарное пространство; $a_1, a_2, \ldots, a_n$ — ортонормированная база в нем; $x_i(t) = x_t(a_j)$. Тогда f_λ задается матрицей $\| f_{ij}(\lambda) \|$ обычных спектральных плотностей:

$$f_{ij}(\lambda) = \frac{d}{d\lambda} (E_\lambda x_i(0), x_j(0)).$$

Функция b_λ есть вектор $(b'_\lambda \ldots, b^n_\lambda)$, где $b^k_\lambda = \sum_{t \in T} e^{i\lambda t} \alpha_t$ — тригонометрический полином; условия 2° и 3° для b_λ выглядят достаточно просто; например, если $f_\lambda = \| f_{ij}(\lambda) \|$ невырождена для почти всех λ, то 2° выполняется, а 3° есть $\int_{-\pi}^{\pi} \sum_{i,j=1}^{n} p_{ij}(\lambda)\, b^i_\lambda \overline{b^j_\lambda}\, d\lambda < \infty$, где $\| p_{ij}(\lambda) \| = f_\lambda^{-1}$.

При $n = 1$ легко получается результат А. М. Яглома ([2]): $\Delta(T) \neq 0$ тогда и только тогда, когда найдется набор чисел α_t, $\sum_{t \in T} |\alpha_t|^2 \neq 0$ и

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\left| \sum_{t \in T} e^{i\lambda t} \alpha_t \right|^2}{f_\lambda}\, d\lambda < \infty. \tag{7}$$

Заметим далее, что если число элементов T равно s, то размерность $\Delta(T) \leqslant ns$; чтобы имел место знак равенства, необходимо и достаточно

$$\int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sp} f_\lambda^{-1} d\lambda < \infty, \qquad \operatorname{sp} f_\lambda^{-1} = \sum_{i=1}^{n} p_{ii}(\lambda). \tag{8}$$

При $n = 1$, $s = 1$ получается результат А. Н. Колмогорова (*), содержащийся в ([1]).

Для доказательства основной теоремы нам понадобится следующая лемма.

Лемма. *Пусть* $F_\lambda(a, b)$ *при любых* $a, b \in A$ *есть абсолютно непрерывная функция. Тогда* H_x *изометрично пространству* $\mathfrak{A}$ *функций* $a_\lambda \in A(\lambda)$, *определенных почти всюду на* $[-\pi, \pi]$, (a_λ, a) *измерима* * *при любом* $a \in A$ *и* $\int_{-\pi}^{\pi} (a_\lambda, a_\lambda)\, d\lambda < \infty$; *скалярное произведение в* $\mathfrak{A}$ *есть* $\int_{-\pi}^{\pi} (a_\lambda, a'_\lambda) d\lambda$; *при этом отождествляются все* a_λ, *равные между собой почти всюду.*

Утверждение леммы следует из того, что $\mathfrak{A}$-полное пространство, и линейные комбинации функций $e^{i\lambda t} f_\lambda^{1/2} a$ ($f_\lambda^{1/2}$ есть положительный квадратный корень из f_λ, $a \in A$, $-\infty < t < +\infty$) всюду плотны в $\mathfrak{A}$. Именно,

$$x_t(a) \leftrightarrow e^{i\lambda t} f_\lambda^{1/2} a \tag{9}$$

порождает изометричное соответствие H_x и $\mathfrak{A}$.

Доказательство основной теоремы. Нетрудно показать, что, не ограничивая общности, можно считать спектральный функционал $F_\lambda(a, b)$ абсолютно непрерывным при любых a и b. Тогда, в силу леммы, H_x изометрично $\mathfrak{A}$. $\Delta(T)$ есть подпространство H_x, ему соответствует некоторое подпространство $\mathfrak{A}(T) \subset \mathfrak{A}$.

---

* По поводу определения измеримости a_λ см., например, ([3]), стр. 54.

Возьмем $\delta \in \Delta(T)$ и соответствующее $a_\lambda \in \mathfrak{A}$; $(\delta, x_\lambda(a)) = 0$ при $t \bar{\in} T$, $a \in A$. Имеем (см. (9))

$$(\delta, x_t(a)) = \int_{-\pi}^{\pi} (a_\lambda, e^{i\lambda t} f_\lambda^{1/2} a)\, d\lambda = \int_{-\pi}^{\pi} e^{-i\lambda t} (f_\lambda^{1/2} a_\lambda, a)\, d\lambda = 0,$$

$$(f_\lambda^{1/2} a_\lambda, a) = \sum_{t \in T} e^{i\lambda t} \alpha_t(a),$$

где $\alpha_t(a) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\lambda t} (f_\lambda^{1/2} a_\lambda, a)\, d\lambda$ -- ограниченный линейный функционал, так как

$$|\alpha_t(a)| \leqslant \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (a_\lambda, a_\lambda)^{1/2} (f_\lambda a, a)^{1/2} d\lambda \leqslant$$

$$\leqslant \frac{1}{2\pi} \Big(\int_{-\pi}^{\pi} (a_\lambda, a_\lambda)\, d\lambda \Big)^{1/2} \Big(\int_{-\pi}^{\pi} (f_\lambda a, a) d\lambda \Big)^{1/2} = \frac{1}{2\pi} \Big(\int_{-\pi}^{\pi} (a_\lambda, a_\lambda)\, d\lambda \Big)^{1/2} \| a \|.$$

Отсюда

$$\alpha_t(a) = (b_t, a), \quad b_t \in A,$$

$$(f_\lambda^{1/2} a_\lambda - \sum_{t \in T} e^{i\lambda t} b_t, a) = 0, \qquad f_\lambda^{1/2} a_\lambda = \sum_{t \in T} e^{i\lambda t} b_t.$$

Положим $f_\lambda^{1/2} a_\lambda = b_\lambda$. Имеем

$$\int_{-\pi}^{\pi} (a_\lambda, a_\lambda)\, d\lambda = \int_{-\pi}^{\pi} (f_\lambda^{-1} b_\lambda, b_\lambda)\, d\lambda < \infty.$$

Обратно, если

$$b_\lambda \in f_\lambda A, \ \int_{-\pi}^{\pi} (f_\lambda^{-1} b_\lambda, b_\lambda)\, d\lambda < \infty, \ b_\lambda = \sum_{t \in T} e^{-i\lambda T} b_t,$$

то

$$a_\lambda = f_\lambda^{-1/2} b_\lambda \in \mathfrak{A}(T)$$

и определяет некоторый элемент $\delta \in \Delta(T)$.

Таким образом, $\Delta(T)$ изометрично $\mathfrak{B}(T)$, что и требовалось доказать.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
13 IV 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. Н. Колмогоров, Бюлл. МГУ, № 6, 1 (1941). [2] А. М. Яглом, Усп. матем. наук, **4**, № 4, 171 (1949). [3] Э. Хилл, Функциональный анализ и полугруппы, ИЛ, 1951.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

МАТЕМАТИКА

Ю. И. ЧЕРСКИЙ

О СВЕДЕНИИ СМЕШАННЫХ ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ К КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ РИМАНА

(Представлено академиком В. И. Смирновым 9 V 1957)

В работе Койтера ([1]) использован метод Хопфа и Винера при решении трех смешанных задач для бигармонического уравнения в полосе $0<y<1$. Привлечение теории интегрального уравнения Хопфа и Винера при решении этих задач не является необходимым: можно использовать теорию краевой задачи Римана. Ниже предлагается метод, позволяющий свести к задаче Римана смешанные задачи для одного типа уравнений с частными производными, при исследовании которых обычно используется преобразование Фурье, в области, граница которой состоит из отрезков и лучей, параллельных оси x. Метод Хопфа и Винера применим далеко не ко всем из этих задач. Сущность метода будет раскрыта на простом уравнении

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-h^2u=0, \quad -\infty<x<\infty. \tag{1}$$

§ 1. Выясним характер произвола функции $u(x, y)$, в соответствии с которым позднее будет поставлена граничная задача. Этот произвол зависит от класса решений. Пусть граница области состоит из частей прямых $y=y_k$, $k=1, \ldots, n$; $-\infty=y_0<y_1<\ldots<y_n<y_{n+1}=+\infty$ (расположение этих частей будет учтено при постановке задачи).

Будем искать решение в классе функций, удовлетворяющих условиям

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{\partial^{\mu+\nu}u(x, y)}{\partial x^{\mu}\partial y^{\nu}}\right|^2 dx<\text{const}, \quad y\neq y_k, \quad \mu+\nu\leqslant 2. \tag{2}$$

Из последних вытекают условия, накладываемые на преобразование Фурье $\widetilde{u}$:

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left|x^{\mu}\frac{\partial^{\nu}\widetilde{u(x, y)}}{\partial y^{\nu}}\right|^2 dx<\text{const}. \tag{3}$$

Преобразуем уравнение (1) по Фурье в каждой из областей $y_{k-1}<y<y_k$ и запишем решения полученных обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\widetilde{u(x, y)}=C_k(x)\,e^{-y\sqrt{x^2+h^2}}+D_k(x)\,e^{y\sqrt{x^2+h^2}}, \quad y_{k-1}<y<y_k, \quad k=1, \ldots, n+1. \tag{4}$$

Устанавливаем ограничения, которые, в силу условий (3), следует наложить на произвольные функции C_k и D_k:

$$C_1(x) \equiv 0, \quad D_{n+1}(x) \equiv 0, \quad -\infty < x < \infty,$$

$$x^\mu C_k(x) e^{-y_k - 1|x|} \in L_2(-\infty, \infty), \quad x^\mu D_k(x) e^{y_k|x|} \in L_k(-\infty, \infty), \qquad (5)$$

$$\mu = 0, 1, 2; \quad k = 1, \ldots, n+1.$$

Итак, решение $u(x, y)$ содержит $2n$ произвольных функций из классов (5).

§ 2. Поставим задачу:

$$\alpha_{jkp} u(x, y_k - 0) + \beta_{jkp} \frac{\partial}{\partial y} u(x, y_k - 0) + \gamma_{jkp} u(x, y_k + 0) +$$

$$+ \delta_{jkp} \frac{\partial}{\partial y} u(x, y_k + 0) = f_{kp}(x), \quad x_j < x < x_{j+1},$$

$$k = 1, \ldots, n; \quad j = 0, \ldots, m \ (m \geqslant 0); \quad p = 1, 2; \quad x_0 = -\infty, \quad x_{m+1} = +\infty$$

Относительно условия, налагаемого на постоянные α_{jkp}, β_{jkp}, γ_{jkp} и δ_{jkp}, будет сказано ниже.

Если участок $x_j < x < x_{j+1}$ прямой $y = y_k$ не принадлежит границе, то полагаем $\alpha_{jk1} = \beta_{jk2} = -\gamma_{jk1} = -\delta_{jk2} = 1$, $\alpha_{jk2} = \beta_{jk1} = \gamma_{jk2} = \delta_{jk1} = 0$, $f_{kp}(x) \equiv 0$ при $x_j < x < x_{j+1}$. Для разрешимости задачи необходимо, чтобы функции f_{kp}, f'_{kp} принадлежали к $L_2(-\infty, \infty)$. Необходимые и достаточные условия разрешимости можно вывести из условий разрешимости получаемой ниже задачи Римана.

Для того чтобы преобразовать условия (6) по Фурье, доопределим каждое из них на всей оси x, прибавляя к правым частям разности $\varphi^+_{jkp}(x - x_{j+1}) - \varphi^-_{jkp}(x - x_j)$, где $\varphi^+_{mkp}(x) \equiv \varphi^-_{0kp}(x) \equiv 0$ при $-\infty < x < \infty$; $\varphi^+_{jkp}(x) \equiv 0$ при $x < 0$; $\varphi^-_{jkp}(x) \equiv 0$ при $x > 0$. Нетрудно установить, что неизвестные функции $\varphi^\pm_{jkp}$ должны принадлежать классу $L_2(-\infty, \infty)$.

В результате преобразования будем иметь систему

$$\alpha_{jkp}[C_k(x) e^{-y_k\sqrt{x^2+h^2}} + D_k(x) e^{y_k\sqrt{x^2+h^2}}] + \beta_{jkp}\sqrt{x^2+h^2}[-C_k(x) e^{-y_k\sqrt{x^2+h^2}} +$$

$$+ D_k(x) e^{y_k\sqrt{x^2+h^2}}] + \gamma_{jkp}[C_{k+1}(x) e^{-y_k\sqrt{x^2+h^2}} + D_{k+1}(x) e^{y_k\sqrt{x^2+h^2}}] +$$

$$+ \delta_{jkp}\sqrt{x^2+h^2}[-C_{k+1}(x) e^{-y_k\sqrt{x^2+h^2}} + D_{k+1}(x) e^{y_k\sqrt{x^2+h^2}}] =$$

$$= \widetilde{f_{kp}(x)} + \widetilde{\varphi^+_{jkp}(x)} e^{ix_{j+1}x} - \widetilde{\varphi_{jkp}(x)} e^{ix_jx}, \qquad (7)$$

$$-\infty < x < \infty; \quad j = 0, \ldots, m; \quad k = 1, \ldots, n; \quad p = 1, 2,$$

где $C_{n+1} \equiv D_1 \equiv \widetilde{\varphi^+_{mkp}} \equiv \widetilde{\varphi^-_{0kp}} \equiv 0$, а $\widetilde{\varphi^+_{jkp}(x)}$ и $\widetilde{\varphi^-_{jkp}(x)}$ — неизвестные предельные значения функций $\widetilde{\varphi^+_{jkp}(z)}$ и $\widetilde{\varphi^-_{jkp}(z)}$, аналитических в полуплоскостях $\operatorname{Im} z > 0$ и $\operatorname{Im} z < 0$, соответственно, и таких, что ([2], стр. 170).

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\widetilde{\varphi^\pm_{jkp}(x + iy}|^2 \, dx < \text{const}. \qquad (8)$$

§ 3. Пусть постоянные α_{jkp}, β_{jkp}, γ_{jkp} и δ_{jkp} таковы, что систему (7) можно разрешить относительно функций C_k и D_k. Исключив эти функции, получим систему $2mn$ краевых условий с $4mn$ неизвестными функциями $\widetilde{\varphi^+_{jkp}}$ и $\widetilde{\varphi^-_{jkp}}$. Таким образом, получена задача Римана (5), (7), (8) для системы $2mn$ пар функций, равносильная исходной краевой задаче (6). В ряде случаев при решении этой задачи можно использовать известные результаты из теории задачи Римана ([3-5]) и др.). Если числа x_j, y_k образуют счетное множество, то указанным методом можно получить задачу Римана для бесконечной системы.

Если в граничных условиях (6) при $k = k_i$, $i = 1, \ldots, r-1$, функции $u(x, y_k + 0)$ и $\frac{\partial}{\partial y} u(x, y_k + 0)$ фигурируют отдельно от функций $u(x, y_k - 0)$ и $\frac{\partial}{\partial y} u(x, y_k - 0)$, что будет иметь место, например, при $\alpha_{jk_i 1} = \beta_{jk_i 1} = \gamma_{jk_i 2} = \delta_{jk_i 2} = 0$, то система (7) распадается на r систем. В этом случае имеем r независимых граничных задач. Следовательно, такие области, как полуплоскость или полоса, не исключаются из рассмотрения.

§ 4. Поясним общие рассуждения на конкретных примерах.

1) Областью является плоскость с разрезом $y = 0$, $x > 0$. В этом случае $n = m = 1$, $x_1 = y_1 = 0$, $\alpha_{011} = \beta_{012} = -\gamma_{011} = -\delta_{012} = 1$, $\alpha_{012} = \beta_{011} = \gamma_{012} = \delta_{011} = 0$, $f_{11}(x) \equiv f_{12}(x) \equiv 0$ при $x < 0$. Задав на границе значения искомой функции: $u(x, -0) = f_{11}(x)$, $u(x, +0) = f_{12}(x)$, $x > 0$, получим после преобразования систему

$$C_1(x) - D_2(x) = \widetilde{f_{11}(x)} + \widetilde{\varphi^+_{011}(x)}; \quad C_1(x) = \widetilde{f_{11}(x)} - \widetilde{\varphi^-_{111}(x)},$$

$$-\sqrt{x^2 + h^2}\, C_1(x) - \sqrt{x^2 + h^2}\, D_2(x) = \widetilde{f_{12}(x)} + \widetilde{\varphi^+_{012}(x)},$$

$$D_2(x) = \widetilde{f_{12}(x)} - \widetilde{\varphi^-_{112}(x)}.$$

2) Областью является полуплоскость $y > 0$, $n = k_1 = 1$, $y_1 = 0$. Поставив задачу $u(x, +0) = f_{11}(x)$, $x > 0$; $\frac{\partial}{\partial y} u(x, +0) = f_{11}(x)$, $x < 0$ ($m = 1$, $x_1 = 0$), получим

$$-\sqrt{x^2 + h^2}\, C_1(x) = \widetilde{f_{11}(x)} - \widetilde{\varphi^-_{11}(x)}, \quad C_1(x) = \widetilde{f_{11}(x)} + \widetilde{\varphi^+_{111}(x)}.$$

В этих примерах системы решаются в квадратурах.

§ 5. Аналогичный характер носит исследование уравнения

$$\sum_{\mu=0}^{p} \sum_{\nu=0}^{q} a_{\mu\nu}(y) \frac{\partial^{\mu+\nu}}{\partial x^\mu \partial y^\nu} u(x, y) = 0,$$

где $a_{\mu\nu}(y)$ — кусочно-постоянные функции. Вместо равенства (4) будем иметь

$$\widetilde{u(x, y)} = \sum_{\nu=1}^{q_k} C_{\nu k}(x)\, e^{\omega_{\nu k}(x) y} \text{ при } y_{k-1} < y < y_k$$

(взят случай различных корней характеристических уравнений). Обозначая через $M^+_{\nu k}$ и $M^-_{\nu k}$ множества точек, для которых $\operatorname{Re} \omega_{\nu k}(x) > 0$ и $\operatorname{Re} \omega_{\nu k}(x) < 0$ соответственно, получим условия, аналогичные условиям (5). В частности,

$$C_{\nu(n+1)}(x) = 0 \quad \text{при } x \in M^+_{\nu 1}, \quad C_{\nu 1}(x) \equiv 0 \quad \text{при } x \in M^-_{\nu(n+1)}.$$

Вместо класса (2) можно взять другой класс функций $u(x, y)$, в котором определено в каком-либо смысле преобразование Фурье по переменному x. Изложенный метод пригоден для уравнений неоднородных и с функциями $a_{\mu\nu}(y)$ более общего вида. Возможны обобщения в сторону увеличения числа уравнений и числа переменных, по которым осуществляется преобразование Фурье.

Ростовский на Дону
государственный университет

Поступило
9 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] W. T. Koiter, Proc. Koninkl. Nederl. Akad. Wetensch., 57, № 3, 558 (1954). [2] Е. Титчмарш, Введение в теорию интегралов Фурье, М., 1948. [3] Н. И. Мусхелишвили, Сингулярные интегральные уравнения, М., 1946. [4] Н. П. Векуа, Системы сингулярных интегральных уравнений, М., 1950. [5] Ф. Д. Гахов, Изв. АН СССР, сер. матем., 14, № 6, 549 (1950).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

МАТЕМАТИКА

С. Д. ЭЙДЕЛЬМАН

О ЗАДАЧЕ КОШИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ И КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ

(Представлено академиком И. Г. Петровским 15 V 1957)

Настоящая заметка посвящена изложению теорем о корректной раз решимости задачи Коши для нелинейных и квазилинейных параболи ческих в смысле И. Г. Петровского (1) систем, доказательства которы основаны на применении фундаментальных матриц решений линейны параболических систем, построенных и изученных автором в (2).

1. Рассмотрим нелинейную параболическую систему

$$\frac{\partial u}{\partial t} = F\left(t, x, u, \ldots, \frac{\partial^{2b} u}{\partial x_1^{k_1} \ldots \partial x_n^{k_n}}\right); \qquad (1$$

$F\left(t, x, u, \ldots, \frac{\partial^{2b} u}{\partial x_1^{k_1} \ldots \partial x_n^{k_n}}\right)$ — одноколонная матрица, элементы которо являются функциями от t, $x_1, \ldots, x_n$, вектор-функции u и ее произ водных до порядка $2b$ по $x_1, \ldots, x_n$.

Определение. Систему (1) будем называть параболическо в смысле И. Г. Петровского в области $\Pi_1 \left\{t_0 \leqslant t \leqslant T; -\infty < x_s < \infty; \left|\frac{\partial^m u}{\partial x_1^{k_1} \ldots \partial x_n^{k_n}}\right| \leqslant M, m = 0, 1, \ldots, 2b\right\}$, если корни уравнени

$$\det\left\{\left\| \sum_{\Sigma k_s = 2b} \frac{\partial F_i}{\partial\left\{\frac{\partial^{2b} u_j}{\partial x_1^{k_1} \ldots \partial x_n^{k_n}}\right\}} (i\sigma_1)^{k_1} \ldots (i\sigma_n)^{k_n} \right\|_{i,\, j=1}^{N} - \lambda E\right\} = 0 \qquad (2$$

удовлетворяют неравенствам $\operatorname{Re}\lambda < -\delta$ при $\left(x, t, u, \ldots, \frac{\partial^{2b}}{\partial x_1^{k_1} \ldots \partial x_n^{k_n}}\right) \in \Pi$ и любых вещественных $\sigma_1, \ldots, \sigma_n$; $\sum_{s=1}^{n} \sigma_s^2 = 1$.

Изучается задача Коши

$$u|_{t=+t_0} = \varphi(x) \qquad (3$$

для системы (1).

Теорема 1. *Если $F(t, x, y_1, \ldots, y_l)$ имеет $r_1 = 2b + 2$ непрерывны и ограниченных производных по $x_1, \ldots, x_n$; $y_1, \ldots, y_l$, удовлетворяю щих условию Липшица по $y_1, \ldots, y_l$ в области Π_1, при этом непре рывность по t $\frac{\partial F_i}{\partial\left[\frac{\partial^{2b} u_j}{\partial x_1^{k_1} \ldots \partial x_n^{k_n}}\right]}$ равномерна по $x_1, \ldots, x_n$; $y_1, \ldots, y$ из Π_1; $\varphi(x)$ имеет $r_2 = 4b$ непрерывных в смысле Гельдера и ограничен ных производных по x, то для $t_0 < t \leqslant t_0 + \Delta$ существует решени задачи Коши (3) для системы (1), имеющее $r_3 = 4b$ непрерывных и ограничен ных производных по $x_1, \ldots, x_n$. Если же $r_1 = 2b + 3$, $r_2 = 4b + 1$, то $r_3 = 4b + 1$*

то $r_3 = 4b + 1$, *решение единственно в классе функций, имеющих* $4b$ *ограниченных производных, непрерывных в смысле Гельдера. Полученное решение непрерывно зависит от начальных данных в следующем смысле: если* $u_1(x, t)$, $u_2(x, t)$ *— решения задачи Коши для системы* (1), *построенные по начальным данным* $\varphi_1(x)$ *и* $\varphi_2(x)$ *и* $|D_x^s(\varphi_1(x) - \varphi_2(x))| < \varepsilon$ $(s = 0, 1, \ldots, 2b)$, *то* $u_1(x, t) - u_2(x, t) | \leqslant M_1\varepsilon$, *где* M_1 *зависит от* M, T, δ *и постоянных, ограничивающих норму* F *и ее производных.*

Если $r_1 = 2b + 3 + p$, *то каждое решение системы* (1), *имеющее* $4b$ *непрерывных в смысле Гельдера ограниченных производных по* $x_1, \ldots, x_n$ *в полосе* $\Pi_1\{t_0 \leqslant t \leqslant T, -\infty < x_s < \infty, s = 1, 2, \ldots, x_n\}$, *имеет* $4b + 1 + p$ *непрерывных производных по* $x_1, \ldots, x_n$ *при* $t > t_0$.

Доказательство теоремы 1 основано на сведении решения задачи Коши (1), (3) к решению эквивалентной ей задачи Коши для некоторой квазилинейной системы и решения последней методом последовательных приближений. При этом существенно используется то, что фундаментальные матрицы решений линейных параболических систем могут быть построены при весьма малых ограничениях, налагаемых на коэффициенты.

2. Для квазилинейных параболических систем

$$\frac{\partial u}{\partial t} = P_0\left(t, x, u, \ldots, \frac{\partial^m u}{\partial x_1^{k_1} \ldots \partial x_n^{k_n}}; \frac{\partial}{\partial x}\right) u + F\left(t, x, u, \ldots, \frac{\partial^m u}{\partial x_0^{k_1} \ldots \partial x_n^{k_n}}\right), \quad (4)$$

$0 \leqslant m \leqslant 2b - 1$, $P_0\left(t, x, y; \frac{\partial}{\partial x}\right)$ — дифференциальный оператор порядка $2b$, справедлива следующая теорема.

Теорема 2. *Положим, что:* 1) *коэффициенты оператора* $P_0\left(t, x, y_1, \ldots, y_p; \frac{\partial}{\partial x}\right)$ *определены в области* $\Pi_3\{t_0 \leqslant t \leqslant T; -\infty < x_s < \infty, s = 1, \ldots, n; |y_j| \leqslant M, j = 1, \ldots, p\}$ *и непрерывны в* Π_3 *по* t *равномерно по* x *и* y *из* Π_3; $F(t, x, y)$ *определена и непрерывна по* t *в* Π_3; 2) *коэффициенты оператора* $P_0\left(t, x, y; \frac{\partial}{\partial x}\right)$ *и* $F(t, x, y)$ *имеют в области* Π_3 $r_1 = m + 2$ *непрерывных и ограниченных производных по* $x_1, \ldots, x_n$; $y_1, \ldots, y_p$, *удовлетворяющих условию Липшица по* $y_1, \ldots, y_p$; *начальная функция* $\varphi(x)$ *имеет* $r_2 = 2b + m$ *непрерывных в смысле Гельдера ограниченных производных.*

Тогда для $t_0 < t \leqslant t_0 + \Delta$ *задача Коши* (4), (3) *имеет решение, ограниченное вместе со своими производными до порядка* $r_3 = 2b + m$; *если же* $r_1 = m + 3$, $r_2 = 2b + m + 1$, *то* $r_3 = 2b + m + 1$, *решение единственно в классе функций, имеющих* $2b + m$ *непрерывных в смысле Гельдера ограниченных производных. Полученное решение непрерывно зависит от начальных данных в смысле, описанном в теореме* 1 $(s = 0, 1, \ldots, m)$. *Если же* $r_1 = m + 3 + p$, *то каждое решение системы* (4), *имеющее* $4b + m$ *непрерывных в смысле Гельдера производных по* $x_1, \ldots, x_n$ *в полосе* Π_2, *имеет* $2b + m + p + 1$ *непрерывных производных при* $t > t_0$.

3. В случае систем, близких к линейным,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = P_0\left(t, x; \frac{\partial}{\partial x}\right) u + F\left(t, x, u, \ldots, \frac{\partial^{2b-1} u}{\partial x_1^{k_1} \ldots \partial x_n^{k_n}}\right); \quad (5)$$

$$u|_{t=+t_0} = \varphi(x); \quad |\varphi(x)| \leqslant c \exp[k|x|^q]; \quad q = \frac{2b}{2b-1}, \quad (6)$$

устанавливается теорема о корректной разрешимости задачи Коши (5), (6) в классе быстро растущих функций.

Теорема 3*. 1) *Положим, что: коэффициенты* $P_0\left(t, x; \frac{\partial}{\partial x}\right)$ *ограничены и удовлетворяют условию Гельдера по* $x_1, \ldots, x_n$ *с показателем* α,

* Настоящая теорема была получена автором в 1955 г. и доложена на 3-м Всесоюзном математическом съезде ([2]).

$0 < \alpha \leqslant 1$, *в полосе* Π_2, *при этом непрерывность по* t *равномерна п* $x_1, \ldots, x_n$ *из* Π_2; $F(t, x, y_1, \ldots, y_l)$ *определена в области* $\Pi_4 \{t_0 \leqslant T; -\infty < x_s < \infty, s = 1, \ldots, n; -\infty < y_i < \infty, i = 1, \ldots, l\}$ *и удо* *влетворяет условиям:*

$$|F(t, x, 0)| \leqslant C_1 \exp\{k|x|^q\},$$

$$|F(t, x, z_1, \ldots, z_l) - F(t, x, y_1, \ldots, y_l)| \leqslant f(|z - y|)$$

в каждой конечной области по $x_1, \ldots, x_n$; $y_1, \ldots, y_l$; $f(h) > 0$ *н* *зависит от* t, x, z, y; $\int_0^\eta \frac{f(h)\,dh}{h} < +\infty$,

$$|F(t, x, y_1, \ldots, y_l) - F(t, x, w_1, \ldots, w_l)| \leqslant B \sum_{s=1}^{l} |y_s - w_s|.$$

Тогда существует решение задачи Коши (6) *для системы* (5) $u(x, t)$ *определенное в полосе* $\Pi_5 \left\{-\infty < x_s < \infty, s = 1, 2, \ldots, n; t_0 < t \leqslant t_0 + \right.$ $\left. + \min\left[T, \left(\frac{c}{k}\right)^{2b-1}\right]\right\}$ (*положительная постоянная* c *определяется по коэф* *фициентам оператора* P_0 *и* T) *и удовлетворяющее оценке*

$$|u(x, t)| \leqslant M_1 \exp[k_1 |x|^q], \qquad (7$$

которое непрерывно зависит от начальных данных в том смысле, что *если* $\sup_x \{|\varphi_1(x) - \varphi_2(x)| \exp[-k|x|^q]\} < \delta$, *то* $\sup_x \{|u_1(x, t) - u_2(x, t)| \times$ $\times \exp[-k_1 |x|^q]\} \leqslant \operatorname{Re} \delta$.

2) *Если же дополнительно коэффициенты* $P_0\left(t, x, \frac{\partial}{\partial x}\right)$ *имеют* $2b$ *огра* *ниченных, непрерывных в смысле Гельдера производных по* $x_1, \ldots, x_n$ *то полученное решение единственно в классе функций* $\sup_x \{|u(x, t)| \times$ $\times \exp[-k_1 |x|^q]\} \leqslant C_1$.

Заметим, что в случае линейных систем теорема 3 устанавливает су ществование решения задачи Коши в предположении непрерывности смысле Гельдера коэффициентов оператора $P_0\left(t, x; \frac{\partial}{\partial x}\right)$ по $x_1, \ldots, x_n$, а о коэффициентов при младших производных требуется лишь удовлетворени обобщенному условию Гельдера.

Черновицкий
государственный университет

Поступило
9 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] И. Г. Петровский, Бюлл. МГУ, 1, в. 7 (1938). [2] С. Д. Эйдельман, Матем сборн., 38 (80), 51 (1956); Тр. 3-го Всесоюзн. матем. съезда, 1, 1956.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

МЕХАНИКА

А. С. КЕЛЬЗОН

САМОНАВЕДЕНИЕ КАК ЗАДАЧА ТЕХНИЧЕСКОЙ КИБЕРНЕТИКИ

(Представлено академиком В. И. Смирновым 10 V 1957)

В работах, посвященных самонаведению управляемых снарядов ([2], [3]), авторы ограничивались изучением кинематики снаряда, рассматриваемого как точка. Возможность осуществления траекторий определялась при этом по величине нормального ускорения или по величине угловой скорости линии визирования, соединяющей снаряд и щель.

В монографии ([4]) автор полагает, что угол отклонения руля пропорционален угловой скорости поворота вектора скорости и исследует динамику управления снарядом, пользуясь значением этой угловой скорости, полученной из кинематического рассмотрения задачи. При этом не учитывается динамика самого снаряда как твердого тела с рулем управления, что приводит при некоторых соотношениях параметров к результатам, прямо противоположным истине, а в других случаях к значительным ошибкам.

С другой стороны, появление современных быстродействующих вычислительных машин привело к тенденции вычислять близкие возмущенные траектории снаряда порознь, отказавшись от рассмотрения системы дифференциальных уравнений в вариациях. При таком подходе к выбору основных параметров системы автоматического управления нельзя ничего сказать об устойчивости движения на конечном интервале времени.

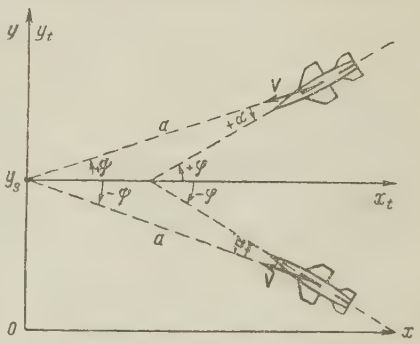


Рис. 1

Цянь Сюэ-шень ([1]) рассмотрел в качестве задачи технической кибернетики стабилизацию дальности полета баллистической ракеты. Пользуясь системой дифференциальных уравнений в вариациях, Цянь Сюэ-шень определяет выбор системы автоматического управления движением, исходя из условий уменьшения промаха. Мы применим этот принцип к анализу и синтезу самонаведения управляемых снарядов.

Динамика идеального движения. Система дифференциальных уравнений снаряда, вектор скорости центра инерции которого непрерывно направлен на цель (рис. 1), будет (при движении в горизонтальной плоскости и малом угле атаки)

$$mv(\dot{\varphi} - \dot{\alpha}) = (T + C_L v^2)\alpha; \quad I_z\ddot{\varphi} = -k_1\beta - k_2\dot{\varphi} + k_3\alpha;$$
$$\dot{x} = -v\cos\psi, \quad \dot{y} = -v\sin\psi; \quad \varphi = \alpha + \psi; \quad y_s = y_{s0} + v_s t. \qquad (1)$$

В этих уравнениях: m — масса снаряда; I_z — момент инерции снаряда относительно оси, проходящей через центр инерции перпендикулярно к горизонтальной плоскости преследования; v — скорость центра инерции сна-

ряда, постоянная по величине; α — угол атаки; φ — угол поворота снаряда; ψ — угол между линией визирования и перпендикуляром к траектории цели; k_1, k_2, k_3 — постоянные коэффициенты; β — угол поворота руля; T — сила тяги, постоянная по величине; C_L — коэффициент боковой силы; x, y — координаты центра инерции снаряда.

Последнее уравнение описывает прямолинейное и равномерное движение цели. Решением этой системы является закон угла поворота руля

$$\beta = A_1\left[\frac{\sec\psi_0+\operatorname{tg}\psi_0}{\sec\psi+\operatorname{tg}\psi}\right]^{1/k}\cos^2\psi + A_2\left[\frac{\sec\psi_0+\operatorname{tg}\psi_0}{\sec\psi+\operatorname{tg}\psi}\right]^{2/k}\cos^3\psi\left(2\sin\psi+\frac{1}{k}\right)+$$
$$+A_3\left[\frac{\sec\psi_0+\operatorname{tg}\psi_0}{\sec\psi+\operatorname{tg}\psi}\right]^{3/k}\cos^4\psi\left[8\sin^2\psi+\frac{7}{k}\sin\psi+\frac{2-2k^2}{k^2}\right], \qquad (2)$$

обеспечивающий преследование цели по идеальной траектории. Постоянные A_1, A_2, A_3 выражаются через коэффициенты исходных уравнений, $k = v_s/v$. Зависимость угла поворота линии визирования от времени определяется из исходных уравнений

$$\frac{k}{2(1+k)}[(\operatorname{tg}\psi+\sec\psi)^{1/k+1}-(\operatorname{tg}\psi_0+\sec\psi_0)^{1/k+1}]+\frac{k}{2(1-k)}[(\operatorname{tg}\psi+\sec\psi)^{1/k-1}-$$
$$-(\operatorname{tg}\psi_0+\sec\psi_0)^{1/k-1}]=-\frac{v_s}{x_0}[\operatorname{tg}\psi_0+\sec\psi_0]^{1/k}t. \qquad (3)$$

так же, как угловая скорость линии визирования и угол атаки:

$$\dot\psi = -\frac{v_s}{x_0}\left[\frac{\sec\psi_0+\operatorname{tg}\psi_0}{\sec\psi+\operatorname{tg}\psi}\right]^{1/k}\cos^2\psi, \quad \alpha = -\frac{mv\cdot v_s}{(T+C_Lv^2)x_0}\left[\frac{\sec\psi_0+\operatorname{tg}\psi_0}{\sec\psi+\operatorname{tg}\psi}\right]^{1/k}\cos^2\psi. \qquad (4)$$

Снаряд будет следовать по идеальной траектории, пока угол поворота руля, определяемый уравнением (2), не превысит предельного угла поворота, допускаемого конструкцией. Превышение допустимого угла β может произойти как вдали от цели, так и в конце процесса преследования, вблизи цели. В первом случае решающее значение имеют начальные условия: расстояние между снарядом и целью a_0 и начальный угол ψ_0. Наибольший интерес представляет поведение угла поворота руля вблизи цели. Здесь единственным параметром, определяющим характер изменения угла поворота руля, является отношение скоростей цели и снаряда — величина k. В момент поражения цели $\psi = \pi/2$. При этом значения угла β, угловой скорости линии визирования $\dot\psi$, угла атаки α и нормального ускорения центра инерции снаряда обращаются в неопределенность, раскрывая которую, находим, что угол β вблизи цели неограниченно возрастает, если $k < 3/4$, и стремится к нулю, если $k > 3/4$ *. Угловая скорость линии визирования, угол атаки и нормальное ускорение неограниченно возрастают при $k < 1/2$ и стремятся к нулю, если $k > 1/2$. Таким образом, при значениях $1/2 < k < 3/4$ корреляция между этими величинами вблизи цели полностью нарушается. Осуществимость преследования может быть определена только из рассмотрения угла поворота руля, а не угловой скорости линии визирования, нормального ускорения, перегрузки, широко используемой в авиации, и радиуса циркуляции, применяемого в динамике корабля.

Динамика реального движения. Решение задачи об идеальном движении снаряда позволяет получить систему дифференциальных уравнений в вариациях, исходя из которой выбираются параметры системы автоматического управления, обеспечивающие устойчивое наведение снаряда на цель. В реальных условиях снаряд снабжен головкой самонаведения, ось которой непрерывно направлена на цель. При этом непрерывно изменяется угол $\Delta\psi_1$ между направлением на цель и вектором скорости центра инерции снаряда (рис. 2). Угол рассогласования возникает даже при отсутствии возмущений в движении цели и снаряда, так как рулю не выдаются команды согласно уравнению (2).

* При $k = 1/2; 2/3; 3/4$ угол поворота руля вблизи цели стремится к конечному пределу.

Ранее (4) этот угол $\Delta\psi_1$ рассматривался как угол рассогласования, и задачей автоматического управления являлось сведение этого угла к нулю. В отличие от этого, углом рассогласования мы будем полагать угол $\Delta\psi$ (рис. 2). Это угол между фактическим, реальным направлением вектора скорости и линией визирования, проведенной из точки B, где снаряд должен был находиться в идеальном движении. Угол поворота руля в реальном движении осуществляется по закону

$$\beta_p = S_{10}\Delta\psi + S_{11}\dot{\Delta\psi} + S_{12}\ddot{\Delta\psi} + \ldots \equiv S\Delta\psi. \qquad (5)$$

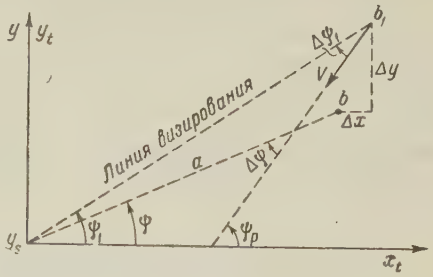


Рис. 2

Составляя дифференциальные уравнения реального движения, которые будут аналогичны уравнениям (1), и вычитая из них уравнения идеального движения, получим систему дифференциальных уравнений в вариациях

$$mv(\Delta\dot{\varphi} - \Delta\dot{\alpha}) = (T + C_L v^2)\Delta\alpha; \quad I_z\Delta\ddot{\varphi} = -k_2\Delta\dot{\varphi} + k_3\Delta\alpha - k_1[S\Delta\psi - \beta];$$
$$\Delta\varphi = \Delta\alpha + \Delta\psi; \quad \Delta\dot{x} = -\dot{y}\Delta\psi; \quad \Delta\dot{y} = \dot{x}\Delta\psi. \qquad (6)$$

Первые три дифференциальных уравнения в (6) преобразуются к одному линейному неоднородному дифференциальному уравнению 3-го порядка с постоянными коэффициентами. В безразмерном виде оно примет вид

$$(D^3 + m_1D^2 + m_2D + m_3)\Delta\psi = f(\tau), \qquad (7)$$

где $\tau = t/T_1$; T_1 — полное время процесса преследования; $D = d/d\tau$, $f(\tau) = \frac{(T + C_L v^2)k_1}{I_z mv} T_1^3\beta = H\beta$ (угол поворота руля β соответствует (2)).

Постоянные коэффициенты в уравнении (7) равны:

$$m_1 = \left\{\frac{k_2}{I_z} + \frac{T + C_L v^2}{mv} + \frac{k_1(T + C_L v^2)}{I_z mv} S_{12}\right\} T_1; \qquad (8)$$

$$m_2 = \left\{\frac{k_2(T + C_L v^2)}{I_z mv} - \frac{k_3}{I_z} + \frac{k_1(T + C_L v^2)}{I_z mv} S_{11}\right\} T_1^2; \qquad m_3 = \frac{k_1(T + C_L v^2)}{I_z mv} T_1^3 S_{10}.$$

Таким образом, резюмируя содержание задачи, мы имеем дифференциальное уравнение (7), где правая часть определяется зависимостью β от ψ (2), а зависимость $\psi = f_1(\tau)$ выражается через (3). Процесс преследования начинается при $\tau = 0$ и заканчивается при $\tau = 1$.

Решение уравнения (7) складывается из двух частей: $\Delta\psi = (\Delta\psi)_0 + (\Delta\psi)_н$. Решение $(\Delta\psi)_0$ соответствует неоднородным начальным условиям и $f(\tau) = 0$. Решение $(\Delta\psi)_н$ соответствует однородным (нулевым) начальным условиям и $f(\tau) \neq 0$.

Обозначая корни характеристического уравнения r_1, r_2, r_3, имеем

$$(\Delta\psi)_0 = \sum_{i=1}^{3} \frac{C_2 + (r_i + m_1)C_2 + (r_i^2 + m_1 r_i + m_2)C_1}{3r_i^2 + 2m_1 r_i + m_2} e^{r_i\tau}. \qquad (9)$$

Здесь C_1, C_2, C_3 — значения $\Delta\psi$, ее 1-й и 2-й производных при $\tau = 0$.

Отсюда следует, что к моменту $\tau = 1$ начальные отклонения изменяются примерно в $|e^{r_i}|$ раз. Следовательно, если: а) все r_i имеют отрицательные вещественные части или б) вещественная часть r_i не слишком велика, то начальные отклонения не будут сильно нарастать. В первом случае должно быть

$$m_1 > 0; \quad m_3 > 0; \quad m_1 m_2 - m_3 > 0. \qquad (10)$$

Что касается второго случая, то следует отметить, что в нашей задаче практически важно, чтобы в течение конечного времени $\tau = 1$ началь-

ные отклонения не становились больше предельных заданных величин. Если поставить требования о порядке роста начальных отклонений за это время, то можно получить ограничения для модулей коэффициентов m_i. Воспользовавшись правилом Декарта, имеем $\max|r_i| < \max|m_i| + 1$. Таким образом, если m — максимальный модуль коэффициентов, то возрастание за время τ от 0 до 1 будет по порядку не более e^{m+1} раз. Из этих условий могут быть определены параметры S_{10}, S_{11}, S_{12} системы автоматического управления снарядом.

Решение полного дифференциального уравнения при нулевых начальных условиях будет

$$(\Delta\psi)_{\text{н}} = \frac{1-k^2}{k}\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{3r_i^2+2m_1r_i+m_2}\,\frac{1}{\sec\psi_0 - k\operatorname{tg}\psi_0}\times$$

$$\times\int_{\psi}^{\psi_0}\exp\left\{r_i\frac{1}{(\operatorname{tg}\psi_0+\sec\psi_0)^{1/k}(\sec\psi_0-k\operatorname{tg}\psi_0)}\left[(\operatorname{tg}\omega+\sec\omega)^{1/k}(\sec\omega-k\operatorname{tg}\omega)-\right.\right.$$

$$\left.\left.-(\operatorname{tg}\psi_0+\sec\psi_0)^{1/k}(\sec\psi_0-k\operatorname{tg}\psi_0)\right]\right\}\times$$

$$\times\left\{A_1H+A_2H\left(\frac{\sec\psi_0+\operatorname{tg}\psi_0}{\sec\omega+\operatorname{tg}\omega}\right)^{1/k}\cos\omega\left(2\sin\omega+\frac{1}{k}\right)+\right.$$

$$\left.+A_3H\left(\frac{\sec\psi_0+\operatorname{tg}\psi_0}{\sec\omega+\operatorname{tg}\omega}\right)^{2/k}\cos^2\omega\left(8\sin^2\omega+\frac{7}{k}\sin\omega+\frac{2-2k^2}{k^2}\right)\right\}d\omega. \qquad (11)$$

Решение полного дифференциального уравнения при нулевых начальных данных характеризует отклонения в реальном движении от идеального, вызванные отличием действительного закона управления (5) от идеального (2).

В полете может быть измерен угол $\Delta\psi_1$, в то время как регулирование ведется по углу $\Delta\psi$. Зависимость между этими углами определяется формулой (рис. 2)

$$\Delta\psi = \Delta\psi_1 + \operatorname{Arc\,tg}\frac{\Delta y\cos\psi - \Delta x\sin\psi}{a+\Delta x\cos\psi+\Delta y\sin\psi}. \qquad (12)$$

Зная по измерениям $\Delta\dot{\psi}_1$, можно в каждый момент времени получить значение $\Delta\psi$, так как Δx, Δy непрерывно находятся из двух последних уравнений (6), а угол $\dot{\psi}$ и расстояние до цели a известны из решения идеального движения. В начальный момент времени $\Delta\dot{\psi} = \Delta\dot{\psi}_1$, и значения $(\Delta y)_0$ и $(\Delta x)_0$ равны нулю.

В уравнении (12) нельзя пренебречь в знаменателе двумя малыми слагаемыми по сравнению с расстоянием между снарядом и целью a и, тем более, заменить арктангенс углом, так как вблизи цели a стремится к нулю, и только точная формула (12) будет правильно отражать процесс.

Система самонаведения может быть самонастраивающейся (в терминологии Цянь Сюэ-шень [1] — мультиустойчивой), если при отклонении руля вблизи цели сверх допустимого уменьшать скорость снаряда, чтобы удовлетворить полученному условию обращения угла поворота руля у цели в нуль. Так как при этом скорость снаряда меняется скачками, то следует предусмотреть и обратную настройку, увеличение скорости, если расстояние между целью и снарядом начнет увеличиваться.

Приношу глубокую благодарность проф. А. И. Лурье и В. Л. Кану за внимание, проявленное к этой работе.

Ленинградское высшее инженерное морское училище
им. адмирала С. О. Макарова

Поступило
8 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Цянь Сюэ-шень, Техническая кибернетика, М., 1956. [2] H. E. Newell jr., Guided Missile Kinematics, N. Y., 1945. [3] Spitz, Hillel, Partial Navigation Courses for a Guided Missile Attacking a Constant Velocity Target, N. Y., 1946. [4] A. Locke, Guidance, N. Y., 1955.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ГИДРОМЕХАНИКА

Ю. Л. ЯКИМОВ

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ С ТРЕМЯ ПРОИЗВОЛЬНЫМИ ФУНКЦИЯМИ УРАВНЕНИЙ ОДНОМЕРНОГО НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ ГАЗА

(Представлено академиком Л. И. Седовым 29 IV 1957)

Решением системы уравнений, описывающих неустановившееся движение идеального газа со сферической ($\nu = 3$) симметрией:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} = 0,$$
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial r} + (\nu - 1)\frac{\rho u}{r} = 0, \qquad (1)$$
$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p}{\rho^\gamma}\right) + u\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{p}{\rho^\gamma}\right) = 0,$$

где u — скорость; ρ — плотность; p — давление; t — время; r — радиус, γ — показатель адиабаты, является

$$p = p_0\left\{1 + \frac{1}{r}[F + f] + \frac{1}{r^2}\left[\left(\frac{1}{8} - \frac{7}{8\gamma}\right)F^2 + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \left(-\frac{1}{8\gamma\sqrt{\gamma}} - \frac{3}{4\gamma} - \frac{1}{8\gamma} - \frac{1}{4}\right)f^2 + \frac{2}{\gamma}Ff\right] + \sum_{k=3}^{\infty}\sum_{i=0}^{k-1} p_{ki}\frac{\ln^i r}{r^k}\right\};$$
$$\rho = \rho_0 S\left\{1 + \frac{1}{r}\left[\frac{1}{\gamma}F + \frac{1}{\gamma}f\right] + \frac{1}{r^2}\left[\left(-\frac{3}{8\gamma} - \frac{3}{8\gamma^2}\right)F^2 + \left(\frac{3}{\gamma^2} - \frac{1}{\gamma}\right)Ff + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \left(-\frac{1}{8\gamma^2\sqrt{\gamma}} - \frac{1}{4\gamma^2} - \frac{1}{8\gamma\sqrt{\gamma}} - \frac{1}{4\gamma}\right)f^2\right] + \sum_{k=3}^{\infty}\sum_{i=0}^{k-1}\rho_{ki}\frac{\ln^i r}{r^k}\right\}; \qquad (2)$$
$$u = \sqrt{\frac{p_0}{\rho_0 S}}\left\{\frac{1}{r}\left[\frac{1}{\sqrt{\gamma}}F + \frac{1}{\sqrt{\gamma}}f\right] + \frac{\ln r}{r^2}\left[\frac{1}{4\sqrt{\gamma}}\left(\frac{1}{\gamma} + 1\right)(-F^2 + f^2)\right] + \right.$$
$$+ \frac{1}{r^2}\left[\left(-\frac{1}{8\sqrt{\gamma}} - \frac{9}{8\gamma\sqrt{\gamma}}\right)F^2 - \frac{1}{\sqrt{\gamma}}\int_{\xi_{10}}^{\xi_1} F\,d\xi_1 + \left(\frac{1}{8\gamma^2} + \frac{1}{8\sqrt{\gamma}} + \frac{1}{8\gamma}\right)f^2 + \right.$$
$$+ \frac{1}{\sqrt{\gamma}}\int_{\xi_{20}}^{\xi_2} f\,d\xi_2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2\gamma} + \frac{2}{\gamma\sqrt{\gamma}}\right)Ff -$$
$$- \frac{8}{\sqrt{\gamma}(\gamma+1)}\int_{1/2(\xi_{10}+\xi_{20})}^{1/2(\xi_1+\xi_2)} Ff\,d(\xi_1+\xi_2)\Big|_{(\xi_1-\xi_2)=\text{const}} -$$
$$\left.\left. - \frac{1}{4\sqrt{\gamma}}(F - f)\frac{d\ln S}{d\xi_3}\right] + \sum_{k=3}^{\infty}\sum_{i=0}^{k-1} u_{ki}\frac{\ln^i r}{r^k}\right\},$$

где p_0 и ρ_0 — произвольные постоянные; $F(\xi_1)$, $f(\xi_2)$, $S(\xi_3)$ — произвольные функции своих аргументов; ξ_1, ξ_2, ξ_3 — характеристические переменные

системы (1), связанные с r, t формулами

$$\mu_1 d\xi_1 = dr - (a+u)\,dt, \quad \mu_1 = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2\gamma}\right) F'_{\xi_1} \ln r + 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=0}^{k} \mu_{1ki} \frac{\ln^i r}{r^k};$$

$$\mu_2 d\xi_2 = dr - (-a+u)\,dt, \quad \mu_2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2\gamma}\right) f'_{\xi_2} \ln r + 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=0}^{k} \mu_{2ki} \frac{\ln^i r}{r^k};$$

$$\mu_3 d\xi_3 = dr - u\,dt, \quad \frac{1}{\mu_3} = \frac{1}{r^2} + \sum_{k=3}^{\infty} \sum_{i=0}^{k-1} \mu_{3ki} \frac{\ln^i r}{r^k}, \tag{3}$$

где величины p_{ki}, ρ_{ki}, u_{ki}, μ_{1ki}, μ_{2ki} и μ_{3ki} являются функционалами от $F(\xi_1)$, $f(\xi_2)$, $dS(f_3)/d\xi_3$, которые обращаются в нуль, если функции $F(\xi_1)$ и $f(\xi_2)$ одновременно нули. Эти функционалы последовательно определяются для любых значений k и i при помощи конечного числа операций.

Сделаем несколько замечаний относительно способа получения этого решения и способа нахождения последующих членов решения.

Если из равенств (3) исключим dt, а в системе (1) сделаем замену переменных по формулам

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{1}{\mu_1}\frac{\partial}{\partial \xi_1} + \frac{1}{\mu_2}\frac{\partial}{\partial \xi_2} + \frac{1}{\mu_3}\frac{\partial}{\partial \xi_3} + \frac{\partial}{\partial r};$$
$$\frac{\partial}{\partial t} = -\frac{a+u}{\mu_1}\frac{\partial}{\partial \xi_1} - \frac{-a+u}{\mu_2}\frac{\partial}{\partial \xi_2} - \frac{u}{\mu_3}\frac{\partial}{\partial \xi_3}, \tag{4}$$

то вместо системы (1) получим систему, состоящую из: а) трех уравнений, содержащих шесть функций p, ρ, u, μ_1, μ_2, μ_3, и четыре переменные ξ_1, ξ_2, ξ_3, r, которые получились из уравнений (1) заменой в них производных по формулам (4); б) трех уравнений для интегрирующих множителей, выражающих условие того, что dt есть полный дифференциал, с шестью функциями μ_1, μ_2, μ_3, p, ρ, u и с четырьмя переменными ξ_1, ξ_2, ξ_3, r; в) трех равенств (3), которые служат для определения ξ_1, ξ_2, ξ_3 как функций r и t.

Любое решение первых шести уравнений, содержащих шесть неизвестных функций и четыре переменные ξ_1, ξ_2, ξ_3, r, которые мы здесь считаем формально независимыми, будет удовлетворять первоначальной системе (1), если вместо ξ_1, ξ_2, ξ_3 подставить их выражения через r и t, найденные из равенств (3).

Из формул (2) видно, что решение ищется в виде ряда, причем, собирая в уравнениях члены с одинаковыми степенями $\ln r$ и r и приравнивая их нулю, мы получим уравнения для определения неизвестных функций.

Функции, удовлетворяющие этим уравнениям и обладающие перечисленными свойствами, последовательно находятся для любого номера k, при помощи конечного числа операций. В (2) даны три первых члена.

Чтобы решение задачи было закончено, нужно найти три конечных соотношения между переменными ξ_1, ξ_2, ξ_3, r, t. Две из переменных ξ_1, ξ_2 и ξ_3 выпадают, если две из функций $F(\xi_1)$, $f(\xi_2)$ и $dS(\xi_3)/d\xi_3$ обращаются в нуль. В этом случае формулы (2) дают решение с двумя независимыми переменными.

Построение рассмотренного асимптотического решения аналогично построению решения с двумя произвольными функциями $F(\xi_1)$ и $f(\xi_2)$, более подробно рассмотренного в [2], где оно использовано для уточнения асимптотических законов затухания сферических ударных волн.

Аналогичный результат может быть получен для других уравнений состояния и для случая цилиндрической симметрии ($\nu = 2$).

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
20 IV 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. И. Седов, Методы теории подобия и размерности в механике, М., 1954.
[2] Ю. Л. Якимов, Прикладн. матем и мех., 19, 6 (1955).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ФИЗИКА

Б. П. БАННИК, Д. К. КОПЫЛОВА и А. А. НОМОФИЛОВ

ЗАХВАТ K^--МЕЗОНА С ИСПУСКАНИЕМ $_{\Lambda}He_2^5$

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 1 VI 1957)

В стопке фотоэмульсий, облученной на большой высоте, был найден случай захвата K^--мезона с последующим испусканием гиперфрагмента $_{\Lambda}He_2^5$ *. Микропроекция изображена на рис.1.

Частица *5* вошла в стопку извне. Пройдя в эмульсии 27,3 мм, она остановилась и в точке *A* образовала σ-звезду. Измерение массы частицы *5* по пробегу и рассеянию дало значение $m = (823 \pm 160) m_e$. Ионизационные измерения привели к $m \simeq 700\ m_e$. По-видимому, это K^--мезон.

Черный след *F* звезды *A* в свою очередь оканчивается звездой *B*, один из лучей которой оказался π^--мезоном. Лучи *1*, *2* и *3* компланарны. Это свидетельствует в пользу того, что звезда *B* образовалась при мезонном распаде остановившегося гиперфрагмента на 3 заряженные частицы.

Измерения ширины следов частиц *F*, *2* и *3* показали, что у каждой из этих частиц заряд $Z \leqslant 2$.

Кинематический анализ звезды *B* проводился в предположении, что частицы *2* и *3* могли иметь все возможные при этих зарядах значения масс. Анализ показал, что схема распада имела вид:

$$_{\Lambda}He_2^5 \rightarrow He_2^4 + p + \pi^-.$$

При этом кинетическая энергия продуктов распада $Q_k = (34{,}2 \pm 0{,}4)$ Мэв. Сумма импульсов образовавшихся частиц $p = (13 \pm 26)$ Мэв/*c*. Энергия связи $B_{\Lambda} = (2{,}7 \pm 0{,}4)$ Мэв, что хорошо согласуется с опубликованными данными.

Угол, образуемый нормалью к плоскости распада и направлением вылета гиперфрагмента, равен 82°.

В описываемом случае, так же как и в других опубликованных случаях $_{\Lambda}He_2^5$, можно, конечно, предположить, что при распаде был дополнительно испущен нейтрон с очень малой энергией. Это не нарушило бы компланарности лучей звезды *B*. В таком случае схема распада была бы:

$$_{\Lambda}He_2^6 \rightarrow He_2^4 + p + n + \pi^-.$$

Однако проводимый ниже кинематический анализ первичной звезды *A* позволяет уточнить идентификацию гиперфрагмента *F*.

Если бы частица *8* была протоном или α-частицей, то ее энергия соответственно равнялась бы 1,19 или 4,6 Мэв, что значительно ниже кулоновского потенциального барьера в тяжелых ядрах эмульсии. Поэтому предполагалось, что ядро, захватившее K^--мезон, было C^{12}, N^{14} или O^{16}.

Для всех возможных (согласно табл. 1) значений масс и зарядов частиц *4*, *6*, *7* и *8* и для двух типов гиперфрагментов ($_{\Lambda}He_2^5$ и $_{\Lambda}He_2^6$) были рассмотрены все варианты реакций на C^{12}, N^{14} и O^{16}. Баланс импульсов и энергий показал, что законам сохранения удовлетворяет только реакция

$$K^- + C_6^{12} \rightarrow {}_{\Lambda}He_2^5 + p + \pi^- + p + He_2^4 + n \qquad (1)$$

и, может быть, реакция

* Случай найден Н. В. Кирсановой.

$$K^- + C_6^{12} \rightarrow {}_\Lambda He_2^5 + p + \pi^- + p + He_2^3 + 2n. \qquad (2)$$

(1) и (2) различаются количеством испущенных нейтронов и типом частицы 8.

В обоих случаях частица F оказывается ${}_\Lambda He_2^5$.

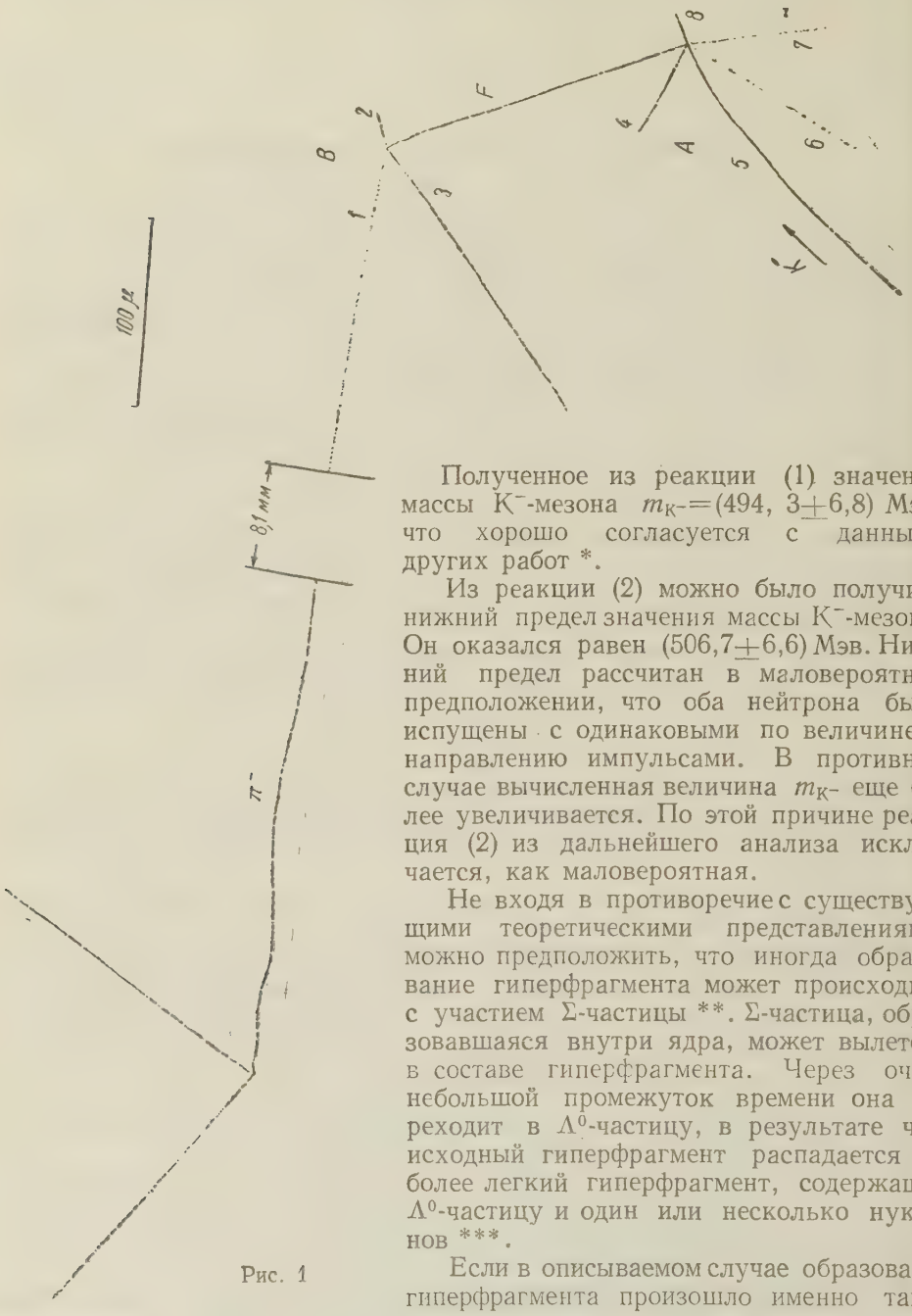


Рис. 1

Полученное из реакции (1) значение массы K^--мезона $m_{K^-}=(494,\ 3\pm6{,}8)$ Мэв, что хорошо согласуется с данными других работ *.

Из реакции (2) можно было получить нижний предел значения массы K^--мезона. Он оказался равен $(506{,}7\pm6{,}6)$ Мэв. Нижний предел рассчитан в маловероятном предположении, что оба нейтрона были испущены с одинаковыми по величине и направлению импульсами. В противном случае вычисленная величина m_{K^-} еще более увеличивается. По этой причине реакция (2) из дальнейшего анализа исключается, как маловероятная.

Не входя в противоречие с существующими теоретическими представлениями, можно предположить, что иногда образование гиперфрагмента может происходить с участием Σ-частицы **. Σ-частица, образовавшаяся внутри ядра, может вылететь в составе гиперфрагмента. Через очень небольшой промежуток времени она переходит в Λ^0-частицу, в результате чего исходный гиперфрагмент распадается на более легкий гиперфрагмент, содержащий Λ^0-частицу и один или несколько нуклонов ***.

Если в описываемом случае образование гиперфрагмента произошло именно таким

* $m_{K^+}=(493{,}66\pm0{,}36)$ Мэв (1). Масса K^--мезонов известна с меньшей точностью. Естественно, однако, считать, что $m_{K^-}=m_{K^+}$.

**Энергия π-мезона, образовавшегося в σ_K-звезде, довольно мала (53 Мэв). Это не противоречит предположению, что при захвате К-мезона первоначально образовалась Σ-частица.

*** Рассматриваемая возможность может иметь смысл только в том случае, если за время перехода Σ-частицы в Λ^0-частицу гиперфрагмент успевает вылететь за пределы исходного ядра. В принципе схемой Гелл-Манна это не исключается.

Таблица 1

След	F	1	2	3	4	5	6	7	8
Истинная длина пробега, μ	161	8481	19,3	401	54,7	>27300	>27500 не останов.	4880	18
Ошибка измерения пробега, %	0,4	0,1	4,2	0,5	1,7	—	—	0,1	5,1
Разброс пробегов, %	1,2	3,0	2,0	1,6	1,8	—	—	1,4	2
Угол β с горизонтальной плоскостью в необработанной эмульсии, град. *	0	−9,0	+12,4	−18,5	+16,0	—	+7,9	−19,8	+15,8
Ошибка измерения угла β, град.	—	4	7	2	2	—	0,3	1	7
Азимутальный угол φ, град. **	0	232,3	79,5	278,2	44,5	—	126,6	167,8	269,8
Ошибка измерения угла φ, град.	0,7	0,7	1,7	0,7	0,7	—	0,7	0,7	1,7
Число δ-электронов с длиной пробега >4 зерен ***	0	—	0	0	0	—	—	—	0
Заряд Z	$\leqslant 2$	—	$\leqslant 2$	$\leqslant 2$	$\leqslant 2$	−1	± 1	+1	$\leqslant 2$
Метод измерения массы и ее величина, m_e	—	—	—	—	—	$\langle\alpha\rangle - R$: 914±170 $I-R$:658±55	$I-\langle\alpha\rangle$: 343^{+94}_{-62}	$\langle\alpha\rangle - R$: 1250±340 $I-R$:2700±300	—
Идентификация частицы	${}_{\Lambda}He_2^5$	π^-	He_2^4	p	p	K^-	π^-	p	He_2^4
Энергия частицы, Мэв	21,3+0,3	21,0+0,4	4,8±0,2	8,4±0,1	2,47±0,04	—	66,3+6,5	35,3+0,3	4,6+0,2

* Для следов, направленных к поверхности, берется со знаком +, для следов, направленных к стеклу, со знаком −.

** По отношению к произвольно выбранному направлению, одинаковому для всех следов звезды и следа гиперъядра.

*** 1 зерно на следе, 3 — вне следа.

путем, то след гиперфрагмента ${}_{\Lambda}He_2^5$, и один или несколько лучей звезды A образованы частицами, испущенными при распаде первичного осколка с Σ-частицей. Импульс этих частиц должен быть равен импульсу осколка с Σ-частицей до распада. По импульсу осколка можно определить его энергию. Полная энергия исходного осколка должна при этом равняться полной энергии частиц, испущенных при его распаде. Это позволяет определить B_Σ — энергию связи Σ-частицы.

Таким способом были испробованы все возможные комбинации из 2, 3, 4 и 5 частиц первичной звезды. Почти для всех комбинаций B_Σ принимала или отрицательные, или очень высокие положительные значения, и только для двух комбинаций были получены приемлемые значения (порядка нескольких Мэв).

1-я комбинация. ${}_{\Lambda}He_2^5$, n и 2p образовались при распаде осколка. ${}_{\Sigma}Be_4^8$.

$B_\Sigma = (5{,}9 \pm 2{,}0)$ Мэв, если в составе осколка была Σ^0-частица.

$B_\Sigma = (5{,}5 \pm 2{,}0)$ Мэв, если в состав осколка вошла Σ^+-частица.

2-я комбинация. ${}_{\Lambda}He_2^5$, p, n и He_2^4 образовались при распаде осколка ${}_{\Sigma}B_5^{11}$.

$B_\Sigma = (1{,}3 \pm 2{,}0)$ Мэв, если в состав осколка вошла Σ^0-частица.

$B_\Sigma = (0{,}2 \pm 2{,}0)$ Мэв, если в состав осколка вошла Σ^+-частица.

Полученный результат не говорит, конечно, о том, что процесс образования гиперфрагмента обязательно шел предполагаемым выше путем, так как могло случиться, что значения B_Σ лишь случайно оказались небольшими. Вопрос мог бы быть решен после проведения аналогичного анализа других случаев. Особенно полезным было бы рассмотрение σ_K-звезд, допускающих полный кинематический анализ [2].

Не исключена возможность, что гиперфрагмент иногда может образоваться в возбужденном состоянии с последующим переходом в основное состояние путем испускания γ-кванта или нуклона *.

С помощью анализа, аналогичного вышеописанному, при достаточной статистике можно было бы попытаться обнаружить такие возбужденные гиперфрагменты.

В рассматриваемом конкретном случае оказалось, что существуют две комбинации частиц, для которых энергия связи B_Λ^* принимает неотрицательные значения.

1-я комбинация. ${}_{\Lambda}He_2^5$ и p образовались при распаде возбужденного гиперфрагмента ${}_{\Lambda}Li_3^{*6}$. Энергия связи $B_\Lambda^* = (2{,}2 \pm 0{,}7)$ Мэв. Энергия протона в системе центра масс $E_p = (10{,}6 \pm 0{,}2)$ Мэв.

2-я комбинация. ${}_{\Lambda}He_2^5$ и n образовались при распаде возбужденного гиперфрагмента ${}_{\Lambda}He_2^{*6}$. Энергия связи $B_\Lambda^* = (-0{,}9 \pm 2{,}0)$ Мэв. Энергия нейтрона в системе центра масс $E_n = (9{,}9 \pm 1{,}1)$ Мэв.

Авторы считают своим долгом выразить благодарность М. И. Подгорецкому за помощь в работе, а также З. П. Головиной, Э. В. Есиной и Н. В. Кирсановой за проведение измерений.

Объединенный институт
ядерных исследований

Поступило
25 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] R. W. Birge, D. H. Perkins et al., Nuovo Cim., **4**, № 4, 834 (1956). [2] F. C. Gilbert, C. E. Violet, R. S. White, Phys. Rev., **103**, № 1, 248 (1956). [3] F. Ajzenberg, T. Lauritsen, Rev. Mod. Phys., **24**, № 4, 321 (1952). [4] D. S. Craig, W. F. Cross, R. G. Jarvis, Phys. Rev., **103**, № 5, 1427 (1956).

---

* Подобно тому, как компаунд-ядро Li_3^5 переходит в He_2^4 с испусканием протона ([3]) или He_2^5 переходит в He_2^4 с испусканием нейтрона ([4]).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ФИЗИКА

М. К. ПОЛИВАНОВ

ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ РАССЕЯНИЯ К-МЕЗОНОВ НА НУКЛОНАХ

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 15 V 1957)

1. При исследовании сильных взаимодействий дисперсионные соотношения оказываются пока единственным методом, дающим хотя и не полную, но безусловную информацию, поскольку допущения, которые необходимы для их получения, по существу сводятся к признанию существования S-матрицы с обычными общими свойствами и к выполнению строго условия причинности (локальность взаимодействия). В этой связи мы проанализируем здесь дисперсионные соотношения для рассеяния К-мезонов на нуклонах $K + N \to K + N$ (и $\tilde{K} + N \to \tilde{K} + N$), не останавливаясь на известных деталях.

2. Считая К-мезон скалярной (Θ-мезон) или псевдоскалярной (τ-мезон) частицей, мы сопоставим ему соответствующее поле $\varkappa_\rho(x)$. Индекс ρ нумерует четыре состояния, линейно связанные с четырьмя частицами (K^+, K^0, $\tilde{K}^0$, K^-), отличающимися проекцией изотопического спина и знаком гиперзаряда (или странности). В изогопическом пространстве эти четыре поля образуют двойной спинор, подобно четырем функциям нуклона и антинуклона. Мы рассмотрим взаимодействие К-мезонов с нуклонами типа Юкавы $N \leftrightarrow K + Y$, $Y \leftrightarrow \leftrightarrow N + \tilde{K}$. Как станет ясно ниже, иные возможные взаимодействия явно не отразятся в дисперсионных соотношениях.

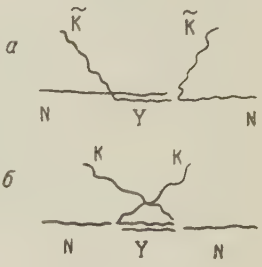


Рис. 1

Амплитуду процесса рассеяния $K + N \to K + N$ можно известным образом представить в виде

$$S_{\alpha\omega}(q, q') = \langle \mathbf{p}'s', \mathbf{q}'\rho' | S | \mathbf{p}s, \mathbf{q}\rho \rangle =$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^3 \sqrt{4q^0 q'^0}} \int e^{i(q'x - qy)} \langle \mathbf{p}'s' \left| \frac{\delta^2 S}{\delta \varkappa_\rho(x)\, \delta \varkappa_{\rho'}(y)} S^+ \right| \mathbf{p}s \rangle \, dx\, dy, \qquad (1)$$

$$p^0 = \sqrt{\mathbf{p}^2 + M^2}, \ldots, q'^0 = \sqrt{\mathbf{q}^2 + m^2},$$

где $\mathbf{p}$, s, $\mathbf{q}$, ρ — импульс и прочие квантовые числа нуклона и мезона до рассеяния, а те же символы со штрихом — квантовые числа после рассеяния; α и ω — сводные индексы начального и конечного состояний.

Воспользовавшись равенством

$$\frac{\delta^2 S}{\delta \varkappa_\rho(x)\, \delta \varkappa_{\rho'}(y)} S^+ = -\, i_\rho(x)\, i_{\rho'}(y) - i \frac{\delta i_\rho(x)}{\delta \varkappa_{\rho'}(y)}, \qquad (2)$$

где $i_\rho(x) = i \frac{\delta S}{\delta \varkappa_\rho(x)} S^+$ — оператор тока, найдем, что в области вещественных импульсов $\mathbf{p}_i^2 > 0$ и положительных энергий $p_i^0 > 0$, связанных с

массами обычным соотношением $p_i^2 = m_i^2$, амплитуда $S_{\alpha\omega}$ совпадает с

$$H_{\alpha\omega}(q, q') = \frac{-i}{(2\pi)^3 \sqrt{4q_0 q_0'}} \int dx\, dy\, e^{i(q'x - qy)} \langle \mathbf{p}'s' \left| \frac{\delta i_{\rho'}(y)}{\delta \varkappa_\rho(x)} \right| \mathbf{p}s \rangle. \qquad (3)$$

Последняя в силу трансляционной инвариантности представляется в виде

$$H_{\alpha\omega}(q, q') = \frac{2\pi i}{\sqrt{4q^0 q'^0}} \delta(p + q - p' - q')\, T^{ret}_{\alpha\omega}\left(\frac{q + q'}{2}\right). \qquad (4)$$

Если ввести принятую систему координат $\mathbf{p} + \mathbf{p}' = 0$, то в ней будет

$$\mathbf{q} = \mathbf{p} + \lambda\mathbf{e}, \quad \mathbf{q}' = -\mathbf{p} + \lambda\mathbf{e} \quad (\mathbf{e}^2 = 1, (\mathbf{e}\cdot\mathbf{p}) = 0), \qquad (5)$$

$q^0 = q'^0 = \sqrt{m^2 + \mathbf{p}^2 + \lambda^2} = E$, $p^0 = p'^0 = \sqrt{\mathbf{p}^2 + M^2}$, $\lambda = \sqrt{E^2 - m^2 - \mathbf{p}^2}$, и T^{ret} оказывается функцией $E, \lambda\mathbf{e}$.

Избавившись с помощью симметризации $\mathfrak{S}_+ f = f(\mathbf{e}) + f(-\mathbf{e})$, $\mathfrak{S}_- f = \frac{1}{\lambda}\{f(\mathbf{e}) - f(-\mathbf{e})\}$ от двухзначности, вносимой λ, можно аналитически продолжить $\mathfrak{S}T^{ret}$ в область комплексных значений E.

Строгое доказательство аналитичности, построенное Н. Н. Боголюбовым ([1]) для π-мезонов, должно быть специально модифицировано для этого случая, но мы здесь не будем этого делать, а постулируем, что получившаяся в результате аналитического расширения функция $\mathfrak{S}T^{ret}(E)$ обладает необходимыми свойствами, позволяющими написать дисперсионные соотношения в обычном виде, представив $\mathrm{Re}\, T^{ret}_{\alpha\omega} = D_{\alpha\omega}$ через интеграл от $\mathrm{Im}\, T^{ret}_{\alpha\omega} = A_{\alpha\omega}$ вдоль всей вещественной оси E.

Для получения соотношений, связывающих только физически наблюдаемые величины, нам нужно редуцировать интервал интегрирования. Образуя комбинации $(1 \pm P_{\rho\rho'})\,\mathfrak{S}\, T^{ret}_{\alpha\omega}$ (здесь $P_{\rho\rho'}$ — оператор перестановки индексов ρ и ρ'), которые обладают определенной четностью по отношению к E, мы можем избавиться от интегрирования по отрицательным энергиям. Наконец, фиксируя степень роста амплитуды при $E \to \infty$, относительно которой мы предположим, что она линейно растет *, мы получим четыре дисперсионных соотношения для амплитуд с различными симметриями, одно из которых мы здесь выпишем для иллюстрации:

$$(1 + P_{\rho\rho'})\,\mathfrak{S}_+ \{D_{\alpha\omega}(E) - D_{\alpha\omega}(E_0)\} = \frac{2}{\pi}(E^2 - E_0^2) P \int_0^\infty dE\, \frac{E' \mathfrak{S}_+ (1 + P_{\rho\rho'})\, A_{\alpha\omega}(E')}{(E'^2 - E^2)(E'^2 - E_0^2)}.$$

3. Но даже после исключения отрицательных энергий интервал интегрирования содержит область $0 < E < \sqrt{m^2 + \mathbf{p}^2}$, не относящуюся к состояниям рассеяния, которую, следовательно, нельзя определить из эксперимента по рассеянию. Для анализа этой области воспользуемся представлением для $A_{\alpha\omega}(E)$, следующим из (2) и предположения о наличии полной системы состояний

$$A_{\alpha\omega}(E, \mathbf{e}) = (2\pi)^4 i \sum_n \langle \mathbf{p}'s' \,|\, i^*_\rho(0) \,|\, \lambda\mathbf{e}, n \rangle \langle \lambda\mathbf{e}, n \,|\, i_{\rho'}(0) \,|\, \mathbf{p}s \rangle \cdot$$

$$\cdot\, \delta(\sqrt{M^2 + \mathbf{p}^2} + E - \sqrt{M_n^2 + \lambda^2}) - (2\pi)^4 i \sum_n \langle |\, \mathbf{p}s' \,|\, i_{\rho'}(0) \,|\, -\lambda\mathbf{e}, n \rangle \cdot$$

$$\cdot \langle -\lambda\mathbf{e}, n \,|\, i_\rho(0) \,|\, \mathbf{p}s \rangle\, \delta(-\sqrt{M^2 + \mathbf{p}^2} + E + \sqrt{M_n^2 + \lambda^2}).$$

* Такое предположение, при котором полное сечение стремится к постоянной, представляется весьма естественным. Таково положение для рассеяния π-мезонов, и, очевидно, можно считать это свойство общим для всех сильных взаимодействий. Это предположение не ограничительно, и мы легко можем учесть любую степень в согласии с экспериментом.

Поведение $A_{\alpha\omega}(E)$ определяется входящими в нее δ-функциями энергии. Аргументы δ-функций обращаются в нуль в точках

$$\pm E = \frac{\mathfrak{M}^2 - M^2 - m^2 - 2\mathbf{p}^2}{2\sqrt{M^2 + \mathbf{p}^2}}.$$

Определяющим, таким образом, оказывается спектр масс возможных промежуточных состояний. Законами сохранения странности и нуклонного заряда разрешены состояния: гиперон Y (Λ или Σ), гиперон и π-мезон ($Y + \pi$), нуклон и K-мезон ($N + K$) * и т. д.

Состояние Y относится к дискретному спектру, вклад от него легко сосчитать, и он пропорционален квадрату константы взаимодействия NKY. Так, например, символически записанный вклад от Λ-гиперона при псевдоскалярной связи имеет вид

$$\Gamma(\Lambda) = G^2 \left\{ \delta_{s's} \frac{2\mathfrak{M}(\mathbf{p}^2 + M^2) - (\mathfrak{M}^2 + M^2 - m^2) M}{4(M^2 + \mathbf{p}^2)^{3/2}} - \right.$$

$$\left. - i\lambda_p \frac{(\vec{\sigma} \cdot [\mathbf{p} \times \mathbf{e}])\, s's}{2(M^2 + \mathbf{p}^2)} \right\} \delta(E - E_p),$$

но от низшего двухчастичного состояния начинается непрерывный спектр. Поскольку граница непрерывного спектра

$$E_p^{\Lambda+\pi} = \frac{(\mathfrak{M} + \mu)^2 - M^2 - m^2 - 2\mathbf{p}^2}{2\sqrt{M^2 + \mathbf{p}^2}}$$

лежит ниже границы состояний рассеяния $E_1 = \sqrt{m^2 + \mathbf{p}^2}$ даже для наиболее благоприятного случая рассеяния вперед (т. е. $\mathbf{p} = 0$ в нашей системе), то нужно еще как-либо оценить интеграл от $E_p^{\Lambda+\pi}$ до E_1. Для этого можно воспользоваться аналитическим выражением для $A_{\alpha\omega}$ в области низких энергий ($E > m$, $E \sim m$) и затем считать это же выражение справедливым в области чисто мнимых импульсов ($E < m$). Не обсуждая законности такого приема, можно надеяться, что он пригоден хотя бы для грубой оценки вклада.

4. Если предположить какие-либо другие взаимодействия, например прямое взаимодействие π-мезонов с K-мезонами по гипотезе Гольдхабера — Швингера ([2]), то видно, что они не должны учитываться явно в дисперсионных соотношениях, так как низшее состояние для такого взаимодействия будет лежать выше порога состояний рассеяния и учитывается автоматически в экспериментальных $A_{\alpha\omega}(E)$ при $E > m$.

Таким образом, величина вклада от гиперонного полюса позволяет оценить константу взаимодействия YKN. К сожалению, этот результат несколько смазывается вследствие существования неопределенного вклада от участка непрерывного спектра.

Я выражаю глубокую благодарность акад. Н. Н. Боголюбову за предложенную тему и постоянное внимание к работе и моим товарищам за обсуждение и помощь.

Объединенный институт
ядерных исследований

Поступило
11 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Н. Н. Боголюбов, Б. В. Медведев, М. К. Поливанов, Вопросы теории дисперсионных соотношений (в печати). [2] G. Goldhaber, Phys. Rev., **101**, 433 (1956); J. Schwinger, Phys. Rev., **104**, 1164 (1956).

* Первые два состояния Y, $Y + \pi$ разрешены только в процессе $\widetilde{K} + N \to \widetilde{K} + N$.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116. № 6

ФИЗИКА

И. С. ШАПИРО, Э. И. ДОЛИНСКИЙ и Л. Д. БЛОХИНЦЕВ

К ВОПРОСУ О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ μ-МЕЗОНОВ С НУКЛОНАМИ

(Представлено академиком Д. В. Скобельцыным 27 V 1957)

О неэлектромагнитных взаимодействиях μ-мезонов с нуклонами в настоя щее время имеется весьма мало экспериментальных данных, из которы следует только тот факт, что это взаимодействие относится к разряду «сла бых». Между тем, более подробное исследование взаимодействия μ-мезон — нуклон представляет большой интерес с точки зрения выяснения природ μ-мезона — одной из наиболее загадочных среди известных нам элемен тарных частиц (для μ-мезона и электрона характерны одни и те же тип взаимодействий — слабое и электромагнитное, обе частицы обладают оди наковым спином, однако масса μ-мезона в 206,7 раза больше массы элект рона). В частности, выяснение вида взаимодействия μ-мезонов с нуклонам может явиться решающим в понимании того, почему, несмотря на наличи распадов π- и K-мезонов на μ и ν *, отсутствуют распады этих частиц н е и ν. Действительно, если распады π- и K-мезонов идут через барионны вакуум, то, считая π- и K-мезоны псевдоскалярными частицами, легко по казать, что процесс распада оказывается запрещенным для скалярного векторного и тензорного вариантов четырехфермионного взаимодействия но разрешенным для псевдоскалярного и псевдовекторного вариантов. По скольку за взаимодействие электронов с нуклонами ответственны, по-ви димому, как это следует из β-распада, только скалярный и тензорный ва рианты**, постольку распад π- и K-мезонов на е и ν будет запрещен. На личие же распадов на μ и ν свидетельствовало бы о присутствии (по край ней мере, одного из двух) псевдоскалярного и псевдовекторного вариан тов во взаимодействии μ-мезонов с нуклонами.

Если, с другой стороны, распад π- и K-мезонов происходит, хотя бы от части, за счет непосредственного взаимодействия π- или K-мезона с μ-ме зоном и нейтрино, то гамильтониан взаимодействия μ-мезонов с нуклонам должен содержать псевдоскалярное взаимодействие.

Хорошо известно, что отрицательные μ-мезоны при замедлении их в ве ществе испытывают ядерное поглощение, причем этот процесс идет чере промежуточную стадию с образованием мезоатома. Принято полагать, чт процесс поглощения μ^--мезонов идет посредством реакции

$$\mu^- + p \to n + \nu. \qquad (1$$

В данной работе рассматривается угловое распределение нейтронов полученных в результате захвата μ^--мезона протоном в μ-мезоводороде Предполагается, что μ^--мезон поляризован ***. В этом случае, в силу несо

* Символом ν обозначено нейтрино.

** В настоящее время в свете новых экспериментальных данных вопрос о выборе ва риантов взаимодействия в β-распаде осложнился.

*** μ^--мезоны рождаются при распаде π^--мезонов поляризованными в направлении, па раллельном своему движению (1). При замедлении и образовании μ-мезоатома возмож деполяризация, которая, однако, не является полной (2). Разумеется, эксперименту по из чению углового распределения в реакции (1) должно предшествовать измерение поляризаци μ^--мезонов в мезоатоме (например, путем измерения анизотропии в угловом распределени электронов распада).

хранения четности при слабых взаимодействиях, угловое распределение нейтронов будет, вообще говоря, анизотропным, причем знак и величина анизотропии зависят от вида взаимодействия.

Энергия взаимодействия μ-мезона с нуклонами с учетом несохранения четности может быть записана в виде

$$H = \sum_k (\bar{\psi}_n O_k \psi_p)\,(\bar{\psi}_\nu [g_k - g_k' \gamma_5]\, O_k \psi_\mu) + \text{к.с}, \tag{2}$$

где O_k — известные из теории β-распада операторы, составленные из дираковских матриц γ_μ; $k = s, p, v, a, t$, где s, p, v, a, t означают, соответственно, скалярный, псевдоскалярный, векторный, псевдовекторный и тензорный варианты взаимодействий. В случае, когда $g_k = -g_k$, мы получаем предложенный Л. Д. Ландау ([1]) вариант теории с продольно поляризованным нейтрино.

Угловое распределение нейтронов описывается формулой

$$W(\theta) = 1 + \alpha \cos\theta, \tag{3}$$

где θ — угол между направлением вылета нейтрона и направлением поляризации μ^--мезона.

В общем случае присутствия всех вариантов взаимодействия α имеет вид

$$\alpha = A/B, \tag{4}$$

где

$$A = (E+M)\,h_{ss} + (E-M)\,h_{pp} + 2(M+\varepsilon)\,h_{vv} - 2(M-\varepsilon)\,h_{aa} -$$
$$- 8(E+2\varepsilon)\,h_{tt} + 2(E+M+\varepsilon)\,\mathrm{Re}\,h_{sv} + 4\varepsilon\,\mathrm{Re}\,h_{st} + 2(E-M+\varepsilon)\,\mathrm{Re}\,h_{ap} +$$
$$+ 4\varepsilon\,\mathrm{Re}\,h_{tp} - 4\varepsilon\,\mathrm{Re}\,h_{va} - 4(E-M+\varepsilon)\,\mathrm{Re}\,h_{vt} - 4(E+M+\varepsilon)\,\mathrm{Re}\,h_{at}, \tag{4а}$$

$$B = (E+M)\,f_{ss} + (E-M)\,f_{pp} + 2(2E-M+\varepsilon)\,f_{vv} +$$
$$+ 2(2E+M+\varepsilon)\,f_{aa} + 8(3E+2\varepsilon)\,f_{tt} + 2(E+M+\varepsilon)\,\mathrm{Re}\,f_{sv} +$$
$$+ 4\varepsilon\,\mathrm{Re}\,f_{st} + 2(E-M+\varepsilon)\,\mathrm{Re}\,f_{ap} + 4\varepsilon\,\mathrm{Re}\,f_{tp} + 4\varepsilon\,\mathrm{Re}\,f_{va} +$$
$$+ 12(E-M+\varepsilon)\,\mathrm{Re}\,f_{vt} + 12(E+M+\varepsilon)\,\mathrm{Re}\,f_{at}. \tag{4б}$$

Здесь

$$f_{ik} = g_i^* g_k + g_i'^* g_k', \quad h_{ik} = g_i^* g_k' + g_i'^* g_k; \tag{5}$$

E, M — соответственно полная энергия и энергия покоя нейтрона; ε — энергия нейтрино ($E = 944{,}7$ Мэв, $M = 939{,}5$ Мэв, $\varepsilon = 99{,}1$ Мэв).

Значения коэффициента α для различных вариантов взаимодействия (2) в предположении продольного нейтрино приведены в табл. 1*.

Таблица 1

Вариант	s	p	v	a	t
α	−1	−1	−0,99	+0,29	+0,38
P	0	0	0,095	0,64	0,72

Ввиду особого значения комбинаций вариантов $s + t$ и $p + a$ приведем отдельно значение α для этих случаев. Если константы скалярного и тензорного взаимодействий считать, в соответствии с гипотезой о сохранении комбинированной четности, вещественными и воспользоваться их

---

* В соответствии с опытными данными ([3]), антинейтрино, вылетающее при β^--распаде нуклонов, поляризовано против направления своего движения. Выбранная нами форма гамильтониана взаимодействия соответствует вылету в процессе (1), так же как и в случае захвата электронов ядрами, нейтрино, т. е. частицы, поляризованной по направлению движения. Если при захвате μ^--мезонов вылетает антинейтрино, то знак коэффициента α изменится на обратный.

значениями, известными из β-распада (см., например, [4]) нуклонов: $g_s = (+1{,}4$ или $-1{,}4)\cdot 10^{-49}$ эрг·см^3, $g_t = +1{,}8\cdot 10^{-49}$ эрг·см^3, то в случае продольного нейтрино получим $\alpha^{s+t} = +0{,}30$ или $+0{,}32$. Аналогично в случае продольного нейтрино для комбинации $p+a$ получим

$$\alpha^{p+a} = \frac{1{,}78\,|g_a|^2 - 0{,}0055\,|g_p|^2 - 0{,}22\,\mathrm{Re}\,g_a^* g_p}{6{,}20\,|g_a|^2 + 0{,}0055\,|g_p|^2 + 0{,}22\,\mathrm{Re}\,g_a^* g_p}.$$

Значения α^{p+a} в зависимости от $x = g_a/g_p$ в случае вещественного отношения констант x приведены на рис. 1. Следует отметить, что значения коэффициента α при сравнимых значениях констант g_p и g_a будут весьма близки к α^a, так как с псевдоскалярной константой всегда присутствует малый множитель v/c (v — скорость нейтрона). Обратно, если экспериментально измеренное α окажется близким к α^p, то можно с уверенностью сказать, что примесь псевдовекторного и тензорного вариантов ничтожно мала.

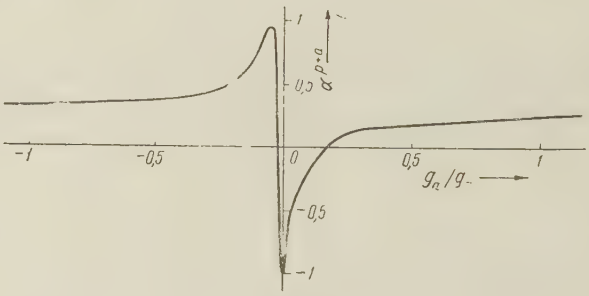


Рис. 1

Заметим, что такого же рода формулы могут быть получены и для захвата μ^--мезонов протонами, связанными в ядрах. В этом случае, вообще говоря, коэффициент α будет зависеть от ядерных матричных элементов, что осложнит интерпретацию опытных данных. Для некоторых легких ядер эти матричные элементы могут быть оценены, если известно конечное состояние остаточного ядра, образующегося в результате процесса (1).

Кроме анизотропии углового распределения нейтронов, для определения вида взаимодействия может быть использовано также то обстоятельство, что получающиеся в процессе (1) нейтроны оказываются, вообще говоря, поляризованными. Эта поляризация может быть как поперечной, так и продольной, причем часть последней обусловлена несохранением четности и будет иметь место даже тогда, когда захватываемые μ^--мезоны не поляризованы. В табл. 1 приведены величины продольной поляризации P-нейтронов, получающихся при захвате неполяризованных μ^--мезонов свободными протонами в случае продольного нейтрино.

Эти же данные приближенно справедливы и при захвате μ-мезонов ядрами, так как ядерное спин-орбитальное взаимодействие мало меняет продольную поляризацию нейтрона, а деполяризация его в кулоновском поле остаточного ядра ничтожно мала.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
18 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. Д. Ландау, ЖЭТФ, **32**, 405, 407 (1957). [2] R. L. Garwin, L. M. Lederman, M. Weinrich, Phys. Rev., **105**, 1415 (1957). [3] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayword, D. D. Hoppes, R. P. Hudson, Phys. Rev., **105**, 1413 (1957). [4] Я. Смородинский, Усп. физ. наук, **56**, 201 (1955).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ГЕОФИЗИКА

Н. Е. МАРТЬЯНОВ

ОБЛАСТИ РАСТЯЖЕНИЯ В ОБОЛОЧКЕ ЗЕМЛИ

(Представлено академиком В. В. Шулейкиным 22 V 1957)

Наиболее достоверные сведения о состоянии внутренних частей земли дает изучение вызываемых землетрясениями упругих колебаний.

Скорость распространения продольных (V_p) и поперечных (V_s) сейсмических волн связана с плотностью (ρ) и упругими константами следующими зависимостями:

$$v_p = \sqrt{\frac{K - {}^3/_4\,\mu}{\rho}}, \qquad (1)$$

$$v_s = \sqrt{\mu/\rho}, \qquad (2)$$

где K — модуль всестороннего сжатия, μ—модуль твердости.

Данных о значениях плотности на различных глубинах не существует. Однако имеются весьма ценные сведения о средних плотностях верхних горизонтов Земли. По данным Г. С. Вашингтона средняя плотность земной коры без учета осадочных пород должна составлять 2,79, а с учетом их 2,77.

С другой стороны, геодезические, гравиметрические и астрономические наблюдения позволили установить, что средняя плотность Земли составляет 5,52, т. е. приблизительно вдвое выше плотности ее поверхности.

Из этих сведений можно сделать заключение, что плотность слагающего Землю вещества возрастает по мере приближения к ее центру.

Таблица 1

h, км	v_p, км/сек	v_s, км/сек	h, км	v_p, км/сек	v_s, км/сек	h, км	v_p, км/сек	v_s, км/сек
33	7,75	4,35	603	10,26	5,76	1679	12,37	6,77
96	7,94	4,44	667	10,55	5,85	1807	12,54	6,83
160	8,13	4,54	730	10,77	6,00	1934	12,71	6,89
223	8,33	4,64	794	10,99	6,12	2060	12,87	6,95
287	8,54	4,74	920	11,29	6,29	2187	13,02	7,01
350	8,75	4,85	1047	11,50	6,39	2313	13,16	7,07
413	8,97	4,96	1173	11,67	6,48	2441	13,32	7,14
477	9,50	5,23	1300	11,85	6,56	2568	13,46	7,20
540	9,91	5,46	1426	12,03	6,64	2695	13,60	7,26
603	10,26	5,67	1553	12,20	6,71	2822	13,64	7,31

В табл. 1 показаны скорости распространения продольных и поперечных сейсмических волн в зависимости от глубины их проникновения внутрь Земли по данным сейсмологии [2].

Из табл. 1 видно, что скорость распространения упругих колебаний увеличивается с глубиной. Учитывая этот факт и сопоставляя его с формулами (1) и (2), можно сделать заключение, что по мере приближения

к центру планеты упругие свойства вещества изменяются быстрее, чем его плотность.

Для точной интерпретации сейсмических данных необходимо иметь сведения о значении упругих констант K и μ на различных глубинах. Однозначного решения этого вопроса нельзя дать ввиду того, что неизвестны соответствующие значения плотности. Однако, зная скорости продольных и поперечных волн, нетрудно найти отношение K/μ

$$\frac{K}{\mu} = \frac{v_p^2}{v_s^2} - \frac{4}{3}. \qquad (3)$$

При существовании всестороннего сжатия возникают противодействующие ему силы отталкивания.

Очевидно, при сжатии данной атомистической системы будут возрастать силы отталкивания, т.е. K будет возрастать быстрее, чем μ, а при растя-

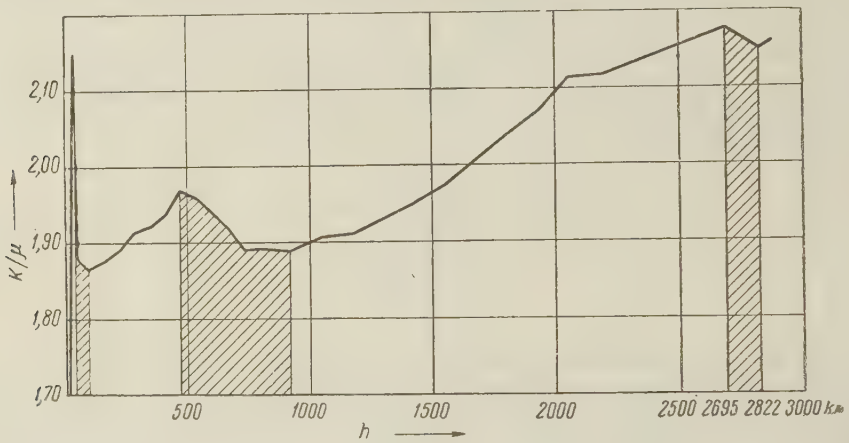


Рис. 1

жении этой системы будут возрастать силы притяжения, т. е. μ будет увеличиваться быстрее, чем K. В первом случае отношение K/μ будет увеличиваться, во втором — уменьшаться.

Таблица 2

h, км	K/μ	h, км	K/μ	h, км	K/μ
96	1,864	730	1,889	1934	2,069
160	1,873	794	1,891	2060	2,113
223	1,890	920	1,888	2187	2,116
287	1,913	1047	1,906	2313	2,131
350	1,921	1173	1,910	2441	2,147
413	1,937	1300	1,930	2568	2,161
477	1,966	1426	1,949	2695	2,176
540	1,961	1553	1,972	2822	2,148
603	1,941	1679	2,005	2885	2,158
667	1,919	1807	2,038		

Воспользовавшись сведениями табл. 1 и рассчитав значения K/μ по формуле (3), получим для земной оболочки значения, приведенные в табл. 2.

Данные табл. 2, дополненные данными Б. Гутенберга о земной коре показаны на графике рис. 1. Из этого графика прежде всего видно, что внутренние области Земли отличаются большей степенью сжатости, так как даже минимальные значения отношения K/μ на глубинах выше этого отношения на земной поверхности. Далее, из рис. 1 видно, что в интервалах глубин 30—96 км, 450—900 км и 2700—2900 км отношение K/μ испытывает

уменьшение, которое свидетельствует об относительном растяжении вещества.

Верхняя из областей растяжения расположена непосредственно под земной корой. Эта область отличается наличием очагов вулканизма и высокой частотой землетрясений. Следующая область относительного растяжения расположена в интервале глубин 450—900 км, т. е. совпадает с переходным слоем. Для этого слоя характерно быстрое возрастание скоростей сейсмических волн и расположение очагов глубокофокусных землетрясений.

Наличие третьей области растяжения в интервале глубин 2700—2900 км выявляется не совсем четко вследствие недостаточности данных о соответствующих скоростях сейсмических волн. По своему положению это область, ограничивающая ядро Земли.

Растянутость вещества в указанных областях подтверждается изучением отношений упругих констант к плотности, которые также могут быть выражены через скорости продольных и поперечных волн.

Из формул (1) и (2) находим:

$$\frac{K}{\rho} = v_p^2 + \frac{3}{4} v_s^2, \quad \frac{\mu}{\rho} = v_s^2.$$

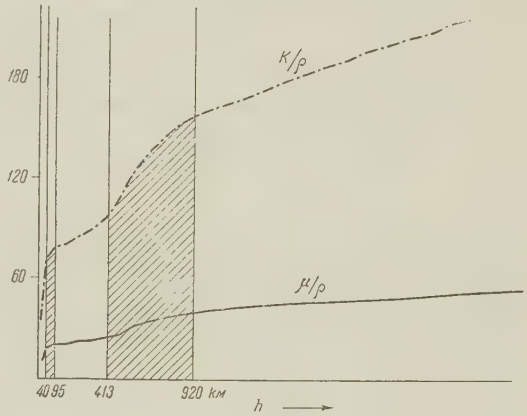


Рис. 2

Как видно из рис. 2, в интервалах глубин 30—96 км и 450—900 км эти отношения быстро возрастают, причем K/ρ гораздо быстрее, чем μ/ρ.

Если учесть, что отношение K/μ в этих интервалах уменьшается, становится очевидным, что такое поведение этих величин может быть объяснено только уменьшением плотности вещества в этих интервалах в связи с его растяжением.

Интересно отметить, что пики на кривой рис. 1 имеют симметричный характер. Это показывает, что растяжение, которое с глубиной сменяет сжатость вещества, нарастает с такой же скоростью, как и лежащее выше его сжатие.

Итак, данные сейсмологии приводят к представлению, что оболочка Земли представляет собой твердое сжатое тело, внутри которого на фоне общего сжатия имеются области относительного растяжения. При этом степень растяжения в каждой данной области тем больше, чем больше сжатие в соседней области.

Наличие указанных трех областей растяжения можно объяснить неравномерным сжатием планеты, которое начинается от ядра и распространяется с некоторым отставанием к ее периферии.

Поступило
12 XII 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. Г. Бетехтин, Курс минералогии, 1952. [2] В. Ф. Бончковский, Внутреннее строение Земли, Изд. АН СССР, 1953.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

БИОФИЗИКА

А. А. НЕЙФАХ

О РОЛИ МАТЕРИНСКОГО ОРГАНИЗМА В ПОРАЖЕНИИ ЗАРОДЫШЕЙ МЫШИ ИОНИЗИРУЮЩЕЙ РАДИАЦИЕЙ

(Представлено академиком И. И. Шмальгаузеном 2 VII 1957)

При рассмотрении действия ионизирующих излучений на эмбриональное развитие млекопитающих прежде всего возникает вопрос, в какой мере повреждающее действие определяется прямым попаданием лучистой энергии на зародыш и в какой — влиянием со стороны облученного материнского организма. Дистанционное воздействие может проявляться в виде общего неспецифического угнетающего влияния, проистекающего от истощения и ослабленности облученного организма матери, и в виде общего специфического воздействия со стороны облученных тканей материнского организма в виде каких-либо токсинов или продуктов обмена, образующихся при облучении.

Неспецифическое и специфическое влияния материнского организма — не могли быть в нашей работе отдифференцированы друг от друга, поскольку выбранные критерии — снижение веса и выживаемость в равной степени могли бы отражать как то, так и другое влияние.

Литература по влиянию облученного материнского организма на зародыш, собранная Расселл ([3]), не позволяет сделать вывода о наличии дистанционного эффекта. Среди последних работ следует отметить статью Калининой ([1]), которая облучала переднюю или заднюю половину тела крысы и отметила приблизительно одинаковое уменьшение числа имплантированных и нормальных зародышей при облучении как верхней половины туловища (дистанционный эффект), так и нижней (прямое действие). Автор делает вывод о большой значимости дистанционного действия, который, однако, не всегда строго согласуется с ее фактическими данными.

Исаченко ([2]) описала уменьшение процента имплантаций при переносе развивающихся яиц в матку облученной крольчихи.

Целью настоящей работы было выяснить, какую роль в поражении зародыша играет лучевое поражение материнского организма при общем облучении беременного животного.

В первой части работы изучалось воздействие облученного организма матери на необлученный зародыш. Для этого у мышей на 6 или 9 дни беременности через разрез на спине выводился правый рог матки и помещался в свинцовую капсулу. Облучение производилось на аппарате типа РУП-1 (180 кв, 15 ма, Cu 0,5 мм + Al 0,75 мм). Дозы: 400, 600 и 1000 r. Мыши вскрывались через различные сроки, а часть из них оставлялась до родов. Опыты показали, что в то время как в облученном роге при всех примененных дозах всегда происходит гибель всех зародышей, в экранированном роге зародыши обычно остаются живыми и не отличаются заметно от нормальных. При дозе 1000 r, когда мыши погибали на 3—4 день после облучения, зародыши оставались живыми вплоть до смерти матери. В тех случаях, когда мыши оставлялись до родов (дозы 400 и 600 r), в ряде

случаев из экранированного рога матки рождались нормальные мышата.

Новорожденные мышата во всех случаях отбирались от облученной матери и подсаживались к другой кормящей мыши вместе с новорожденными, взятыми от необлученной мыши. По весу и постэмбриональному развитию подопытные и контрольные мышата не отличались друг от друга. Мышата, родившиеся от облученной мыши, выросли и дали нормальное потомство.

Эти опыты показали, что на защищенных от непосредственного действия рентгеновских лучей зародышах облучение матери заметным образом не сказывается. Однако высокая частота случаев прекращения беременности, вызванная как хирургическим вмешательством, так и радиацией, а также невозможность точного учета веса зародышей из-за гибели части их, затрудняли количественный анализ.

В основных опытах исследовалось влияние облученного материнского организма на облученных рентгеновской радиацией зародышей. Этот вариант был избран потому, то он максимально приближается к условиям общего облучения, когда дистанционное влияние матери должно накладываться на организм, уже пораженный прямым действием радиации. Кроме того, облученные зародыши могут рассматриваться как «сенсибилизированные» ко всякому угнетающему влиянию вообще. В условиях прямого облучения, когда их вес существенно снижается, а выживаемость падает, достаточно слабого дополнительного воздействия, эквивалентного хотя бы 20—30 r, чтобы оно заметно проявилось в дальнейшем снижении веса и выживаемости. Такое же воздействие на необлученный организм могло бы не быть обнаружено доступными методами.

Кроме контрольных животных весь экспериментальный материал делился на две серии: I — с локальным облучением области живота и II — в которой область живота получала постоянную (200 r) дозу, а все тело облучалось различными высокими дозами радиации. Мыши помещались под свинцовый экран (3—4 мм). В I серии экран закрывал все животное за исключением области живота. При этом кроме матки облучались также часть кишечника, части печени и селезенки. Во II серии животные облучались целиком дозой в 200 r, и тут же после этого область живота экранировалась, а остальные части тела — голова, грудь, конечности, верхняя часть брюшной полости — облучались дополнительной дозой. В опытах с локальным облучением (I серия) были применены дозы в 150, 200, 250 и 300 r (группа с дозой 200 r служила контролем ко II серии и была значительно многочисленнее остальных). Во II серии область матки получала дозу в 200 r, а остальные части тела мыши— 400, 600 и 1000 r. Установлено, что при применяемой системе экранов доза рассеянного облучения, приходящаяся на экранированную область, не превышала 3—4%. Следует отметить, что летальный эффект этих доз был в значительной мере ослаблен тем, что определенная часть тела была облучена существенно меньшей дозой радиации. Однако дистанционное действие, если оно играет существенную роль в лучевом поражении зародыша, должно было сказаться при этих дозах, намного превышающих абсолютно летальные для зародышей на 6 и 9 сутки.

Обе группы (6 и 9 сутки) были представлены во всех опытах примерно в равном количестве и рассматриваются совместно. Вскрытие производилось на 17 или на 18 дни беременности. При вскрытии определялось число живых и погибших зародышей и их вес и вычислялся средний вес для данного помета. Кроме того отдельно учитывались случаи ранней гибели всего потомства, т. е. прекращение беременности. Частота этих случаев отражает не действие радиации на зародышей, а поражение материнского организма. Вес зародышей выражался в процентах от веса контрольных, необлученных зародышей, соответственно, на 17 или на 18 дни развития. Это позволило объединить данные вскрытия на 17 и 18 дни. Вес существенно зависит от числа зародышей в матке, но, как это видно из наших данных,

последнее в сравниваемых группах было одинаковым, что позволяет мышей с разным числом плодов рассматривать совместно.

Выживаемость выражалась как доля живых от общего количества живых и мертвых, обнаруженных при вскрытии. Частота случаев прекращения беременности выражалась в процентах от общего числа облученных беременных животных.

Полученные данные приведены в табл. 1 и на рис. 1. Результаты опытов показывают, что прямое действие радиации приводит к снижению веса зародышей, гибели многих из них и прекращению беременности у отдельных самок. Все эти эффекты обнаруживают неуклонное нарастание по мере повышения дозы. Некоторое повышение выживаемости при дозе 300 r по сравнению с 250 r не превышает средней ошибки и вполне может быть объяснено случайным уклонением. Иную картину мы наблюдаем в опытах, где зародыши были облучены дозой в 200 r, а материнский организм 400, 600 или 1000 r. Контролем для этой серии (табл. 1, рис. 1) служили зародыши локально облученные дозой 200 r. Если дистанционный эффект действительно играет сколько-нибудь значительную роль в поражении зародыша, то повышение дозы, приходящейся на мать, должно вызывать понижение веса и выживаемости зародышей, что мы и наблюдали при повышении дозы прямого облучения. Для более удобного сравнения результатов I и II серий все выражающие их кривые приведены совместно на рис. 1, где на оси абсцисс отложены дозы локального и общего облучения, так что в каждой точке дозе прямого облучения соответствует в четыре раза бо́льшая доза дистанционного облучения. Если бы дистанционное действие было даже в четыре раза слабее действия прямого, оно должно было бы выразиться кривой с наклоном, характерным для кривой, отображающей прямое действие радиации. Рассмотрим отдельно кривые веса, выживаемости и частоты гибели всего потомства.

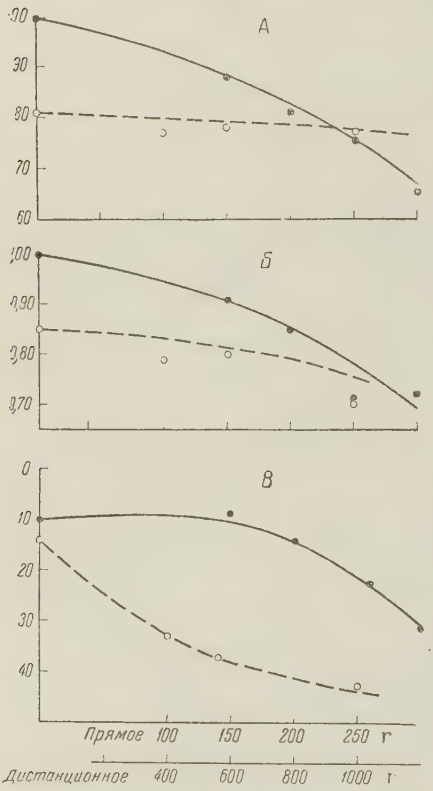


Рис. 1. Прямое и дистанционное действие облучения на зародыши мыши. *А* — вес зародышей в процентах от нормы; *Б* — выживаемость, выраженная отношением числа живых зародышей к их общему числу; *В* — число мышей, потомство которых погибло (в процентах)

Облучение материнского организма не вызывает достоверного снижения веса зародышей. Только при дозе общего облучения в 1000 r можно обнаружить незначительное уменьшение веса, не выходящее за границы случайных отклонений. Следует учесть, что доза рассеянного облучения, падающая на зародыш, может в этом опыте достигать 30—40 r, которые добавляются к постоянной дозе в 200 r. Однако если даже принять, что это незначительное снижение веса вызвано дистанционным эффектом, то можно рассчитать, что 1000 r при дистанционном воздействии оказывает такой же эффект как 50 r при прямом облучении, т. е. всего лишь $^1/_{20}$ от непосредственного повреждающего эффекта.

Аналогичная картина наблюдается и в отношении выживаемости — незначительное снижение выживаемости при 1000 r не превышает одну ошибку разности и тоже соответствует дополнительной дозе в 50 r. Если не

учитывать рассеянного излучения, то и в данном случае дистанционный эффект не превышает $^1/_{20}$ от всего повреждающего действия на зародыш при общем облучении.

Совсем иное место занимает дистанционный эффект в акте прекращения беременности, вызванного радиацией. Прямое действие на зародыш и здесь оказывается более эффективным: увеличение частоты прекращения беременности, которое происходит при облучении тела матери дозой в 400 r,

Таблица 1

Доза, r	Число животных	Средн. вес зародыша, %	Выживаемость	Случаи прекращения беременности, %
I серия	Локальное облучение области живота			
0 (контроль)	14	100	0,98±0,9	10±7
150	23	88±2,1	0,91±0,05	8,3±5,4
200	67	81±1,5	0,85±0,03	14±4
250	29	76,5±1,9	0,70±0,07	22∓7
300	14	65±3	0,74±0,08	32∓10
II серия	Общее облучение всего тела, кроме области живота, на которую во всех опытах приходилась доза 200 r			
0 (контроль)	67	81±1,5	0,85±0,03	14±4
400	43	77±1,5	0,79±0,04	33±3,4
600	36	78±2	0,80±0,04	37±6,4
1000	24	76±2,8	0,70±0,05	43±7,6

приблизительно соответствует 100 r прямого облучения, т. е. 200 r на зародыш + 400 *r* на мать эквивалентно 300 r на зародыш. Однако в этом случае дистанционный эффект составляет более $^1/_4$ от повреждающего действия общего облучения и закономерно усиливается при повышении дозы. Но называть его дистанционным, строго говоря, вряд ли возможно — с бо́льшим основанием его надо рассматривать как неспецифическую реакцию материнского организма, вызванную лучевым поражением.

Установленные закономерности приурочены не только к 6 и 9 дням беременности. Поставленные аналогичные опыты с зародышами на 2 и 3 дни развития дали аналогичные результаты.

Полученные в работе данные позволяют заключить, что повреждение зародыша при общем облучении ионизирующей радиацией определяется прямым действием лучистой энергии на зародыш. В настоящей работе это показано в отношении снижения веса и выживаемости зародышей. Однако эти критерии являются достаточно общими и характерными признаками лучевого поражения. Они позволяют сделать вывод, что дистанционный эффект, если он и имеет место, не превышает 5% от общего повреждающего действия радиации.

Институт морфологии животных им. А. Н. Северцова
Академии наук СССР

Поступило
28 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Н. А. Калинина, Мед. радиол., **1**, № 3, 92 (1956). [2] З. Ф. Исаченко, ДАН, 110, № 2, 309 (1956). [3] L. Russell, Radiation, Biology, **1**, part 2, 1954, p. 861.

Доклады Академии наук СССР
1957, Том 116, № 6

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Член-корреспондент АН СССР В. И. СИФОРОВ и Ю. Б. СИНДЛЕР

ОБ УСЛОВИЯХ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ СТАТИСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С БОЛЬШИМ ЧИСЛОМ СЛУЧАЙНЫХ ПАРАМЕТРОВ

Из анализа работы некоторых радиотехнических систем ([1-3]) возникает задача о сравнении закона распределения вероятностей суммы случайных независимых величин x_1, x_2,..., x_n с законом распределения максимальной (в смысле случайной реализации) из этих величин.

Такая задача возникает, например, в радиорелейных линиях связи при анализе влияния ограничителей на закон распределения мощности шума в телефонном канале ([2]). Распределение мощности шума в канале в области значений шума, расположенной выше порога частотной модуляции, определяется главным образом распределением максимального из отношений $\frac{\text{шум}}{\text{сигнал}}$ на участках линии связи. В области значений шума ниже порога закон распределения мощности шума совпадает с распределением суммы отношений $\frac{\text{шум}}{\text{сигнал}}$ на всех участках линии. В радиолокации при сравнении двух способов обнаружения сигнала в шумах («обнаружение в интервале» и «обнаружение в точке») также возникает аналогичная задача ([3]). Решение такого рода задач помогает правильно строить радиотехнические системы.

Если законы распределения величин x_1, x_2,..., x_n близки, то при выполнении еще некоторых дополнительных условий (см. теорему) закон распределения суммы случайных величин в области больших ее значений практически совпадает с законом распределения максимальной из этих величин. В этом смысле радиотехнические системы, основные показатели которых определяются максимальной величиной и их суммой, эквивалентны. Кроме того, близость этих законов распределения может быть использована для практических оценок закона распределения суммы, так как закон распределения максимальной величины находится элементарно.

Теорема. *Если случайные величины x_1, x_2, ... , x_n положительны и независимы, плотности вероятностей этих величин $p^{(1)}(z) = p^{(2)}(z) = \ldots = p^{(n)}(z) = p(z)$, начиная с некоторого z, являются непрерывными функциями, монотонно убывающими при $z \to \infty$ и обращающимися в нуль при $z = \infty$, $p'(z)$ непрерывны;*

$$\frac{\beta(z-b)}{\beta(z)} \to 1, \quad \text{если } z \to \infty, \tag{1}$$

где $\beta(z)$ — вероятность неравенства $x_k > z$ $(1 \leqslant k \leqslant n)$, b — некоторое конечное число; можно выбрать функцию $u = u(z)$ такую, что

$$u(z)\,p'(z) = o(p(z)), \quad p(u) = o(z^{-1}), \quad u = o(z), \tag{2}$$

то

$$\frac{n\beta(z)}{\beta_n(z)} \to 1, \quad \text{если } z \to \infty. \tag{3}$$

Здесь $\beta_i(z)$ — вероятность неравенства $x_1 + x_2 + \ldots + x_i > z$.

Доказательство. Из условия (1) (см. [4]) вытекает, что

$$\frac{p(z-b)}{p(z)} \to 1, \quad \text{если } z \to \infty. \tag{4}$$

Далее,

$$\frac{p(z-b)}{p(z)} = 1 - b\frac{p'(v)}{p(z)}, \quad \text{где } z-b<v<z.$$

Так как v есть величина порядка z и выполнено условие (4), то $p'(z) = o(p(z))$.

Выберем функцию $u(z)$ в соответствии с (2). Тогда

$$\frac{p(z-u)}{p(z)} \to 1, \quad \text{если } z \to \infty. \tag{5}$$

Плотность вероятностей суммы двух величин $x_1 + x_2$

$$p_2(z) = \int_0^z p(t)\,p(z-t)\,dt.$$

Этот интеграл разобьем на три части:

$$p_2(z) = \int_0^u + \int_u^{z-u} + \int_{z-u}^z.$$

Оценку первого интеграла получим с помощью неравенства

$$p(z)\int_0^u p(t)\,dt < \int_0^u p(t)\,p(z-t)\,dt < p(z-u)\int_0^u p(t)\,dt.$$

Отсюда следует, что

$$\frac{1}{p(z)}\int_0^u p(t)\,p(z-t)\,dt \to 1, \quad \text{если } z \to \infty. \tag{6}$$

Аналогично

$$\frac{1}{p(z)}\int_{z-u}^z p(t)\,p(z-t)\,dt \to 1, \quad \text{если } z \to \infty. \tag{6^1}$$

Для среднего интеграла имеем

$$\frac{1}{p(z)}\int_u^{z-u} p(t)\,p(z-t)\,dt < \frac{p(z-u)}{p(z)}\,zp(u).$$

Поэтому, используя (5) и (2), имеем

$$\frac{1}{p(z)}\int_u^{z-u} p(t)\,p(z-t)\,dt \to 0, \quad \text{если } z \to \infty. \tag{7}$$

Из (6), (6[1]) и (7) вытекает, что

$$\frac{2p(z)}{p_n(z)} \to 1, \quad \text{если } z \to \infty. \tag{8}$$

Соотношение (8) легко распространить на любое конечное число случайных величин:

$$\frac{np(z)}{p_n(z)} \to 1, \quad \text{если } z \to \infty. \tag{8^1}$$

Интегрируя числитель и знаменатель в (8[1]) (см. [4]), мы придем к доказательству теоремы.

Заметим, что для многих практических распределений, для которы справедливо условие (1), выполняется и условие (2).

Институт радиотехники и электроники
Академии наук СССР

Поступило
21 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. И. Сифоров, Электросвязь, № 5 (1956). [2] Ю. Б. Синдлер, Радиотех ника и электроника, № 5 (1956). [3] A. H. Benner, R. F. Drennick, RCA Reviev VI, 1955. [4] В. И. Смирнов, Курс высшей математики, **1**, 1957, стр. 153.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ХИМИЯ

И. И. БАРДЫШЕВ и Х. А. ЧЕРЧЕС

ДЕГИДРОАБИЕТИНОВАЯ И ПАЛЮСТРОВАЯ КИСЛОТЫ — СОСТАВНЫЕ ЧАСТИ ЖИВИЦЫ ЕЛИ ОБЫКНОВЕННОЙ (PICEA EXCELSA LINK.)

(Представлено академиком Б. А. Арбузовым 7 VI 1957)

В кислотной части живицы ели обыкновенной были найдены левопимаровая, декстропимаровая и α-сапиновая кислоты ([1]), а сравнительно недавно доказано присутствие абиетиновой кислоты ([2]).

Настоящим исследованием показано, что дегидроабиетиновая и палюстровая кислоты также являются составными частями живицы ели. Ранее ([3]) спектрофотометрическим путем было показано присутствие дегидроабиетиновой кислоты в живице Pinus palustris. Палюстровая кислота была найдена в живице Pinus palustris ([4]) и Pinus silvestris L. ([5]).

Экспериментальная часть

Живицу получали путем подсочки насаждений ели, произрастающих на территории Белоруссии. Из свежей живицы кристаллизацией из спирта были выделены смоляные кислоты.

Выделение дегидроабиетиновой кислоты. 105 г смоляных кислот были нейтрализованы теплым (50°) 2% раствором едкого натра. Через сутки из раствора выпал студнеобразный осадок солей, который был отделен, а из маточника при помощи борной кислоты регенерированы смоляные кислоты (40 г). Эти кислоты были обработаны малеиновым ангидридом при 130—150°. Непрореагировавшие с малеиновым ангидридом смоляные кислоты с т. пл. 150° (рис. 1, кривая *1*) были переведены в этаноламиновые соли, которые после двух перекристаллизаций из смеси этилацетата со спиртом имели т. пл. 160,5—162° и $[\alpha]_D = +47{,}9°$*. Из солей (2,2 г) была регенерирована дегидроабиетиновая кислота, которая после пятикратной перекристаллизации из спирта имела т. пл. 171—171,5°, $[\alpha]_D = +61{,}5°$. Коэффициент удельного поглощения дегидроабиетиновой кислоты равен 2,4 при 268 мμ и 2,2 при 275 мμ (рис. 1, кривая *2*).

Найдено %: C 80,28; 80,3; H 9,01; 9,3
$C_{20}H_{28}O_2$. Вычислено %: C 79,95; H 9,39

На нейтрализацию 1 г кислоты пошло 187,1 мг KOH

$C_{20}H_{28}O_2$. Вычислено 186,7 мг KOH.

Выделение палюстровой кислоты. Промывкой эфирного раствора живицы 1% раствором едкого натра и разложением полученных солей борной кислотой были выделены неизмененные смоляные кислоты (170 г). Тщательно высушенные кислоты, с целью удаления левопимаровой кислоты, были обработаны при комнатной температуре дважды перегнанным малеиновым ангидридом в растворе сухого ацетона. 58 г

* Удельное вращение определяли для 1% спиртовых растворов кислот. Изучение спектров поглощения проводили также в спиртовых растворах.

непрореагировавших с малеиновым ангидридом кислот, имевших $[\alpha]_D = +60°$ (рис. 2, кривая *1*), были переведены в этаноламиновые соли, а последние были перекристаллизованы из спирта. Первые четыре фракции выпавших из раствора солей были еще дважды перекристаллизованы из спирта. Этаноламиновые соли (4,9 г) были промыты эфиром, а затем переведены в борниламиновые соли, которые были подвергнуты пятикратной перекристаллизации из спирта (рис. 2, кривая *2*). После четырехкратной перекристаллизации из спирта выделенная из борниламиновой соли палюстровая кислота имела т. пл. 163—164°, $[\alpha]_D = +70{,}6°$, коэффициент удельного поглощения равный 29,3 при 266 мμ (рис. 2, кривая *3*).

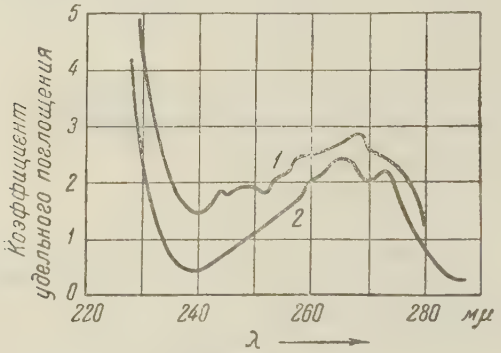


Рис. 1

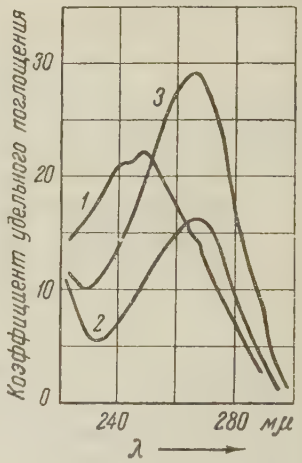


Рис. 2

Рис. 1. Ультрафиолетовые абсорбционные спектры: *1* — смоляных кислот, не прореагировавших с малеиновым ангидридом при 150°, *2* — дегидроабиетиновой кислоты

Рис. 2. Ультрафиолетовые адсорбционные спектры: *1*—смоляныхкислот, не прореагировавших с малеиновым ангидридом при комнатной температуре; *2* — борниламиновой соли палюстровой кислоты после третьей перекристаллизации; *3* — палюстровой кислоты

Найдено %: C 79,28; 79,30; H 9,72; 9,70
$C_{20}H_{30}O_2$. Вычислено %: C 79,42; H 10,00

Институт химии
Академии наук БССР

Поступило
2 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] С. С. Малевская, С. Д. Харад, ЖПХ, **23**, 2 (1950). [2] И. И. Бардышев, Х. А. Черчес, ЖПХ, **29**, 1888 (1956). [3] G. C. Harris, J. Am. Chem. Soc., **70**, 3671 (1948). [4] V. M. Loeblich, D. E. Baldvin, R. W. Lawrence, J. Am. Chem. Soc., **77**, 2823 (1955). [5] И. И. Бардышев, Л. И. Ухова и др., Тез. докл. на Всесоюзн. совещ. по химии растительных веществ, Ташкент, 1956.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ХИМИЯ

О. В. БРАГИН, В. Л. БРОУДЕ, С. В. ЗОТОВА, А. Л. ЛИБЕРМАН,
О. С. ПАХОМОВА и М. А. ПРЯНИШНИКОВА

К ВОПРОСУ О СПЕКТРАЛЬНОМ МЕТОДЕ УСТАНОВЛЕНИЯ ЧИСЛА И ПОЛОЖЕНИЯ БОКОВЫХ ЦЕПЕЙ В МОЛЕКУЛАХ ГОМОЛОГОВ БЕНЗОЛА

(Представлено академиком Б. А. Казанским 24 V 1957)

В предыдущем сообщении (1) нами было показано, что ультрафиолетовые спектры поглощения кристаллов гомологов бензола, полученные при температуре жидкого азота (77° К), могут быть использованы для быстрого установления числа и положения боковых цепей в этих углеводородах. Количество вещества, необходимое при этом, весьма мало́ и составляет несколько сотых грамма. Спектры поглощения при температуре жидкого азота состоят из серий узких полос, однотипных для соединений с одинаковым расположением боковых цепей, независимо от их величины и разветвленности.

Если совместить фотографии спектров соединений с одинаковым типом замещения в молекулах так, чтобы первые полосы поглощения, соответствующие чистоэлектронному переходу, совпали, то совпадают и все последующие. При этом воспроизводятся также относительные интенсивности полос. Подобного совмещения нельзя сделать для соединений с разнотипным замещением в молекулах.

Это было продемонстрировано (1) на большом числе примеров для ряда моноалкилбензолов, а также для некоторых простейших представителей *о*- и *п*-диалкилбензолов.

В данном сообщении мы приводим дальнейшие сведения, подтверждающие указанные закономерности.

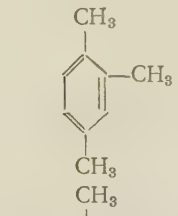
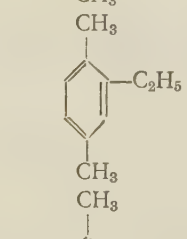
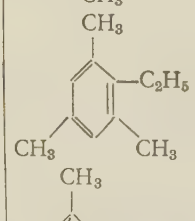
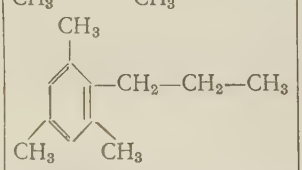
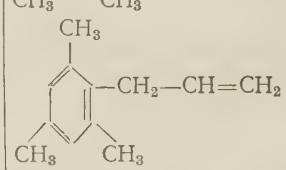
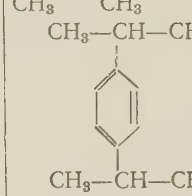
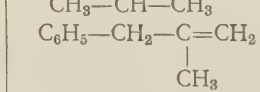
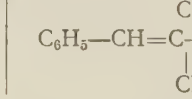
Физические свойства исследованных углеводородов приведены в табл. 1.

На примерах 1,2,4-триалкилбензолов (рис. 1 *А*) и 1,2,3,5-тетраалкилбензолов (рис. 1 *Б*) показано, что и в этих рядах однотипность спектров сохраняется с увеличением длины боковой цепи. Далее, сходство спектров *п*-диизопропилбензола и *п*-ксилола подтверждает, что разветвленность обеих боковых цепей не отражается на расположении полос поглощения (рис. 1 *В*).

Особый интерес представляет тот факт, что спектры поглощения углеводородов с одинаковым расположением боковых цепей сохраняют сходство между собой даже при введении в боковую цепь двойной связи, не сопряженной с бензольным ядром, как это видно из сравнения спектров этил- и пропилмезитиленов с аллилмезитиленом (рис. 1 *Б*) и толуола с 2-метил-3-фенилпропеном-1 (рис. 1 *Г*). Совершенно иная картина наблюдается при непосредственном сопряжении двойной связи с бензольным ядром. Так, спектр поглощения 2-метил-1-фенилпропена-1 оказывается непрерывным даже при температуре жидкого азота; интенсивность поглощения в нем значительно больше, чем у других изученных соединений.

Таблица 1

Физические свойства исследованных углеводородов

Углеводород	Строение	Т. кип., °С/мм рт. ст	Т. замерз., °С	n_D^{20}	d_4^{20}	Степень чистоты, %
Псевдокумол		79,8—79,9/ /38,5	—	1,5050	0,8757	не опред.
Этил-*п*-ксилол		104,5/57	—	1,5043	0,8772	не опред.
Этилмезитилен		99,3/20	—12,1	1,5103	0,8859	99,7
н-Пропилмезитилен		100,2/11,7	—20,5	1,5052	0,8782	99,7
Аллилмезитилен		105,5/16	—2,1	1,5194	0,8989	98,9
п-Диизопропилбензол		95,5/18,5	—17,1	1,4900	0,85679	99,5
2-Метил 3-фенилпропен-1		76,3/27	—	1,5081	0,8825	не опред.
2-Метил-1-фенилпропен-1		87,9/27	—	1,5399	0,9022	не опред

Необходимо отметить существенное различие в построении спектров алкил- и алкенилмезитиленов (рис. 1*Б*) и моноалкилбензолов (рис. 1*Г*), позволяющее спектрально идентифицировать эти молекулы, несмотря на то, что симметрия их одинакова (имеется ось симметрии второго порядка и две взаимоперпендикулярные плоскости симметрии).

В табл. 2 приведены частоты полос чистоэлектронных переходов в спектрах исследованных соединений.

Все углеводороды, служившие для исследований, были приготовлены способами, обеспечивающими получение их в весьма чистом виде. Определение степени чистоты некоторых из них [2, 3] на основании кривых замерзания и криоскопических констант полностью это подтвердило.

К статье О. В. Брагина, В. Л. Броуде, С. В. Зотова, А. Л. Либермана, О. С. Пахомовой и М. А. Прянишникова, стр. 961

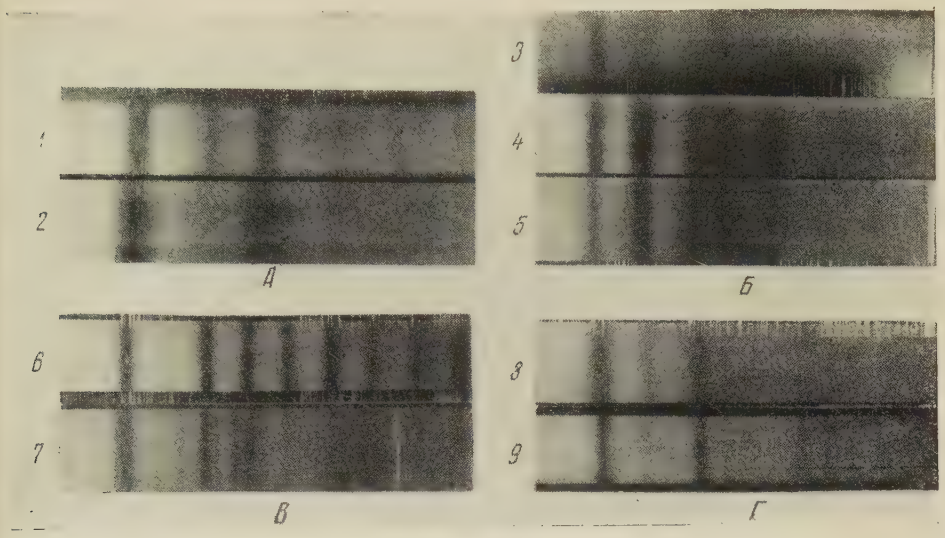


Рис. 1. Спектры поглощения кристаллов при температуре 77° К: *1* — псевдокумол, *2* — этил-*п*-ксилол, *3* — этилмезитилен, *4* — *п*-пропилмезитилен, *5* — аллилмезитилен, *6* — *п*-ксилол, *7* — *н*-диизопропилбензол, *8* — толуол, *9* — 2-метил-3-фенилпропен-1

К статье К. И. Портного и Г. В. Самсонова, стр. 976

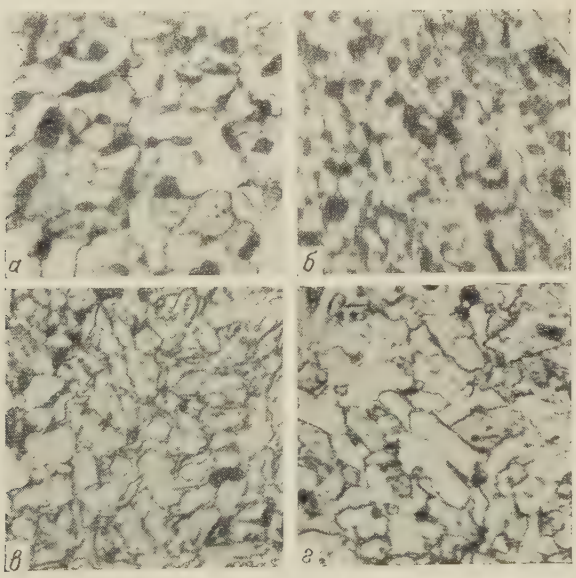


Рис. 1. Микроструктуры сплавов (Ti, Cr)B_2—ZrB_2 (500 ×). *а* — 100% (Ti, Cr)B_2; *б* — 100% ZrB_2; *в* — (Ti, Cr)B_2 + 10% ZrB_2; *г* — (Ti, Cr)B_2 + 60% ZrB_2

Таблица 2

Частота чистоэлектронных переходов в спектрах при —190° С

№№ п/п	Углеводород	Состояние образца	Частота, $см^{-1}$
1	Псевдокумол	Кристалл низкотемпературной модификации	36330
2	Этил-*п*-ксилол	Поликристалл низкотемпературной модификации	36360
3	Этилмезитилен	Кристалл низкотемпературной модификации	36000
4	*н*-Пропилмезитилен	Поликристалл высокотемпературной модификации	36020
5	Аллилмезитилен	Поликристалл	36200
6	*п*-Диизопропилбензол	Кристалл	36900
7	2-Метил-3-фенилпропен-1	Кристалл	37140

Экспериментальная часть

Псевдокумол. Получен диеновой конденсацией акролеина с изопреном в 1,3-диметил-4-формилциклогексен-1, который затем через гидразон по Кижнеру переводился в 1,3,4-триметилцикилогексен-1. Дегидрирование последнего над платинированным углем и дало псевдокумол, который был хроматографирован на силикагеле и перегнан на колонке эффективностью в 40 т. т.

Этил-*п*-ксилол. Получен из весьма чистого *п*-ксилола, приготовленного многократным вымораживанием и кристаллизацией продажного препарата. Бромированием он был превращен в 2-бром-*п*-кислол, а затем взаимодействием магнийбром-*п*-ксилола с диэтилсульфатом был получен этил-*п*-ксилол. Последний хроматографировался на силикагеле, перегонялся на колонке в 40 т. т. и снова хроматографировался.

Этилмезитилен. Получен из тщательно очищенного перегонкой и хроматографированием синтетического мезитилена путем перевода его в броммезитилен, а затем действием диэтилсульфата на магнийброммезитилен. Этилмезитилен очищался перекристаллизацией из эфира при —60° С, хроматографированием на силикагеле, разгонкой на колонке эффективностью в 50 т. т. и повторной перекристаллизацией.

н-Пропилмезитилен. Получен так же, но вместо диэтилсульфата брался *н*-пропиловый эфир *п*-толуолсульфокислоты. *н*-Пропилмезитилен очищался перегонкой на колонке эффективностью 50 т. т.

п-Диизопропилбензол. Выделен из технического диизопропилбензола превращением изомерных диизопропилбензолов в сульфокислоты и гидролизом последних водяным паром при температуре 100° С; в этих условиях гидролизу подвергается преимущественно *п*-диизопропилбензолсульфокислота. *п*-Диизопропилбензол очищался кристаллизацией из эфира при температуре —60°С, а затем перегонкой на колонке эффективностью в 80 т. т.

2-Метил-3-фенилпропен-1 и 2-метил-1-фенилпропен-1. Получены из бензилмагнийхлорида и ацетона через диметилбензилкарбинол. Из последнего дегидратацией под действием нескольких капель серной кислоты получена смесь обоих метилфенилпропенов, разделенная затем разгонкой на колонке эффективностью в 80 т. т.

Аллилмезитилен. Получен, как и этилмезитилен, но вместо диэтилсульфата брался хлористый аллил. Аллилмезитилен очищался перегонкой на колонке эффективностью 50 т. т. и перекристаллизацией из эфира.

Следует отметить, что все разгонки углеводородов на колонках производились в вакууме при давлениях, указанных в табл. 1.

Приведенные результаты изучения спектров семи углеводородов под
тверждают сделанные ранее выводы о возможности установления числа
положения боковых цепей в гомологах бензола спектральным методом,
также позволяют распространить этот метод на три- и тетраалкилбензолы

Пользуемся случаем высказать нашу искреннюю признательност
чл.-корр. АН УССР А. Ф. Прихотько и акад. Б. А. Казанскому за посто
янный интерес к выполняемой работе.

Институт физики Академии наук УССР,
Институт органической химии им. Н. Д. Зелинского
Академии наук СССР

Поступило
24 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. Л. Броуде, А. Л. Либерман, А. Ф. Прихотько, ДАН, 89, 47
(1953). [2] А. Л. Либерман, Т. В. Лапшина, Б. А. Казанский, ДАН, 107
93 (1956). [3] А. Л. Либерман, М. А. Прянишникова, Б. А. Казанский
Изв. АН СССР, ОХН, 1956, 1000.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

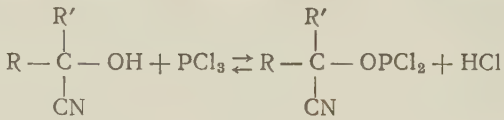
ХИМИЯ

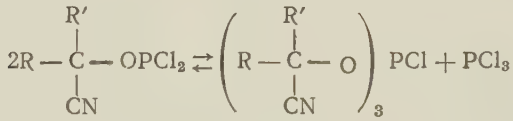
ГИЛЬМЕКАМАЙ, Е. В. КУЗНЕЦОВ и Р. К. ВАЛЕТДИНОВ

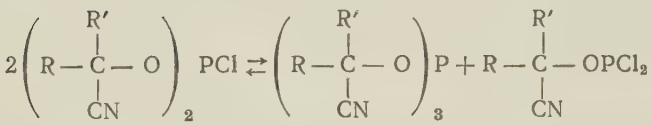
О ЦИАНЗАМЕЩЕННЫХ ДИАЛКИЛФОСФИТАХ

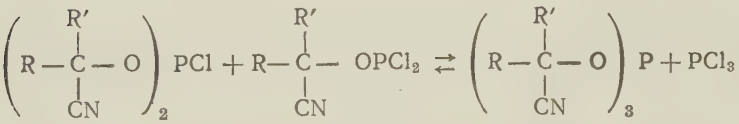
(Представлено академиком Б. А. Арбузовым 6 VI 1957)

Кислые цианзамещенные эфира фосфористой кислоты до сих пор в литературе не описаны. Несомненно, что введение циангруппы в молекулу диалкилфосфита должно резко изменить его свойства. В этих целях мы изучали реакции взаимодействия равномолекулярного количества некоторых α-циангидринов с треххлористым фосфором. При этом было нами установлено, что данная реакция протекает с образованием смеси продуктов, а именно: хлорангидридов α-цианалкил-, ди-α-цианалкилфосфористых кислот и три-α-цианалкилфосфитов. Образование этих веществ можно объяснить, исходя из следующего ряда последовательно протекающих реакций:







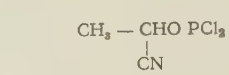
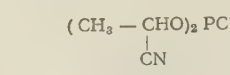
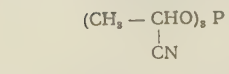
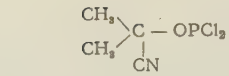
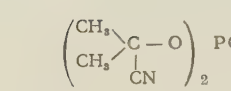
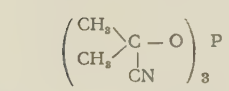
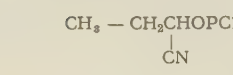
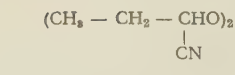
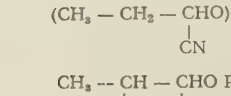
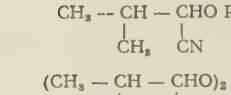
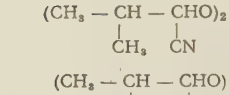
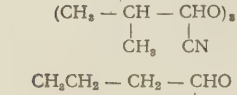
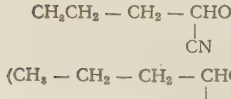
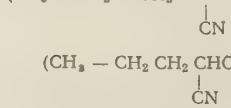
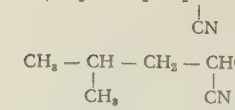
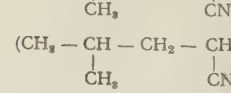
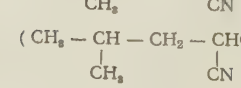
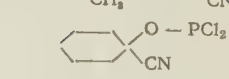
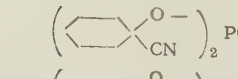
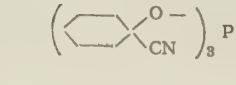


Наиболее интересным в этой сложной схеме реакции является то, что образовавшийся три-α-цианалкилфосфит не претерпевает превращения в ди-α-цианалкилфосфористую кислоту по общеизвестной арбузовской перегруппировке даже в таких жестких условиях, как высокая температура, большая концентрация реагентов и несвязанного хлороводорода ([1]). В результате многократных фракционных перегонок из реакционной смеси продуктов взаимодействия α-циангидринов и треххлористого фосфора нам удалось выделить следующие α-цианзамещенные фосфиты и их хлорангидриды (табл. 1).

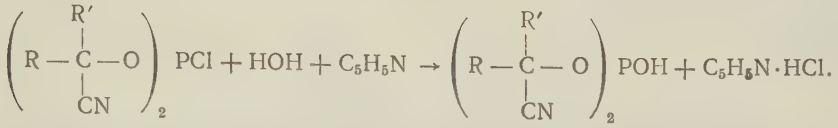
Выделенные хлорангидриды α-цианалкил- и ди-α-цианалкилфосфористых кислот представляют собой бесцветные, дымящие во влажном воздухе жидкости.

Далее нами была изучена реакция омыления хлорангидридов ди-α-цианалкилфосфористых кислот в различных условиях. В результате проведенных опытов нами установлено, что омыление хлорангидридов точно

Таблица 1

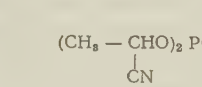
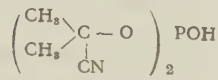
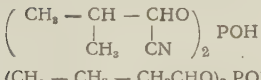
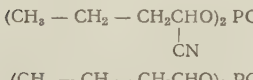
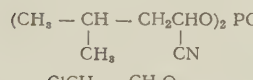
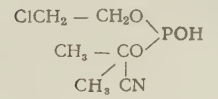
Формула вещества	Т. кип., °С/мм рт. ст.	d_4^{20}	n_D^{20}	MR_D	
				выч.	найд.
	67—68/11	1,3359	1,4805	36,13	36,59
	140—142/10	1,1844	1,4575	46,21	47,42
	152—154/2	1,1188	1,4470	56,29	57,55
	78—80/11	1,2760	1,4773	40,75	41,20
	139—140/11	1,1417	1,4557	55,44	55,65
	153—154/4	1,0749	1,4462	70,14	40,21
	78—79/8	1,2868	1,4800	40,75	41,05
	152—155/11	1,1470	1,4612	55,44	56,06
	162—164/2	1,0810	1,4515	70,14	70,62
	83—84/8	1,2410	1,4780	45,36	45,60
	127—128/3	1,1089	1,4620	64,68	65,09
	163—164/2	1,0475	1,4545	83,99	84,14
	92—94/10	1,2295	1,4765	45,36	45,90
	138—140/3	1,1176	1,4630	64,68	64,71
	168—169/2	1,0433	1,4530	83,99	84,26
	95—96/10	1,2020	1,4770	49,98	50,29
	138—140/1	1,0808	1,4623	73,81	73,94
	182—185/2	1,0138	1,4550	97,85	98,24
	124—125/10	1,2818	1,5118	52,40	52,91
	203—207/10	1,1810	1,5050	78,75	78,94
	т. пл. 75°				

рассчитанным количеством воды в эфирной среде и в присутствии пиридина протекает с образованием кислых цианзамещенных эфиров фосфористой кислоты по схеме:



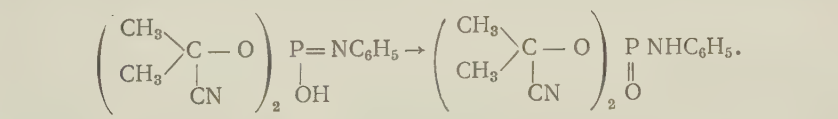
Таким путем были получены следующие ди-α-цианалкилфосфористые кислоты, сведенные в табл. 2. Выделенные нами ди-α-цианалкилфосфористые кислоты представляют собой бесцветные со слабым запахом жидкости. В отличие от обычных диалкилфосфористых кислот их дицианзамещенные ведут себя как производные трехвалентного фосфора.

Таблица 2

Формула вещества	Т. кип., °С/мм рт. ст.	d_4^{20}	n_D^{20}	MR_D	
				выч.	найд.
	112—115/0,2	1,1605	1,4400	41,74	42,11
	118—120/0,2	1,1128	1,4420	51,85	51,35
	123—124/0,2	1,0903	1,4460	61,08	59,68
	134—135/0,2	1,0846	1,4486	61,08	60,32
	133—135/0,1	1,0529	1,4505	70,32	69,45
	115—117/0,5	1,2964	1,4622	45,63	44,67

При смешении равномолекулярного количества ди-α-цианалкилфосфита с однохлористой медью наблюдается характерное разогревание. При дальнейшем нагревании до 115° однохлористая медь растворяется полностью, и образуется стеклообразная некристаллизующаяся масса.

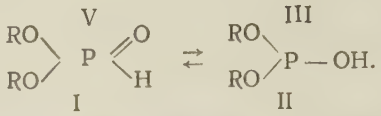
С фенилазидом эти кислоты реагируют с выделением азота. Так, например, при взаимодействии 1,43 г ди-α-цианизопропилфосфита и 0,70 г фенилазида в эфирном растворе замечено слабое выделение пузырьков азота. Через четыре дня появились кристаллы в виде длинных игл. Далее кристаллы были отфильтрованы и высушены. Т. пл. 87°. На основании анализа на азот и фосфор вещество имеет следующее строение:



Следует здесь заметить, что ди-α-цианалкилфосфиты, содержащие вторичные радикалы, реагируют с фенилазидом гораздо энергичнее с выделением азота.

Изучая строение фосфористой кислоты и ее эфиров А. Е. Арбузов в 1950 г. пришел к выводу, что все ее средние эфиры построены по трехвалент-

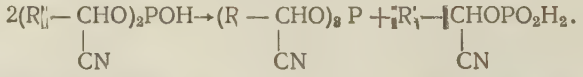
ному фосфору, а сама фосфористая кислота и ее кислые эфиры содержат пятивалентный фосфор ([2]). А. Е. Арбузов еще тогда высказал мысль о возможности существования фосфористой кислоты и ее кислых эфиров в виде таутомерных форм.



Строение I, по его мнению, имеет свободная форма фосфористой кислоты. В растворах она может существовать в таутомерной форме II ([3]). Физико-химические исследования ([4-6]) последних лет блестяще подтвердили сделанные более полвека назад А. Е. Арбузовым выводы о пятивалентности фосфора в кислых эфирах фосфористой кислоты и о вероятности их таутомерии.

Химические свойства ди-α-цианалкилфосфитов указывают, что, по-видимому, таутомерное равновесие смещено в сторону формы трехвалентного фосфора. Таким образом, положение таутомерного равновесия кислых эфиров фосфористой кислоты, как ранее указал М. Кабачник ([7]), зависит также и от природы радикалов. Наличие ди-α-цианалкильных радикалов в изученных нами кислых эфирах фосфористой кислоты способствует смещению таутомерного равновесия в сторону формы трехвалентного фосфора.

Далее нами установлено, что ди-α-цианалкилфосфористые кислоты со вторичными циансодержащими радикалами проявляют также свойства смешанных эфиров фосфористой кислоты. При нагревании они легко подвергаются интермолекулярной перегруппировке, обменивают гидроксильную группу на соответствующий радикал:



Однако ди-α-цианизопропилфосфористая кислота, содержащая третичный радикал, практически этого свойства не проявляет.

Казанский химико-технологический институт
им. С. М. Кирова

Поступило
3 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Е. В. Кузнецов, Р. К. Валетдинов, Тр. Казанск. хим.-технол. инст. им. С. М. Кирова, 21, 167 (1956). [2] А. Е. Арбузов, О строении фосфористой кислоты и ее производных, Избр. тр., Изд. АН СССР, 1952, стр. 41. [3] А. Е. Арбузов, там же, стр. 462—465. [4] А. Е. Арбузов, М. И. Батуев, В. С. Виноградова, ДАН, 54, 603 (1946). [5] А. Е. Арбузов, П. И. Раков, Изв. АН СССР, ОХН, 1950, 237. [6] А. Е. Арбузов, В. С. Виноградова, Изв. АН СССР, ОХН, 1947, 617. [7] М. И. Кабачник, Сборн. Химия и применение фосфорорганических соединений (Труды первой конференции), Изв. АН СССР, 1957, стр. 37.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ХИМИЯ

А. В. КАРЯКИН и А. В. ШАБЛЯ

СТРОЕНИЕ 9-АМИНОАКРИДИНА ПО СПЕКТРАЛЬНЫМ ДАННЫМ

(Представлено академиком А. Н. Терениным 22 V 1957)

В работе ([1]) на основе изучения поглощения растворов аминоакридинов и ряда производных акридина в видимой и ультрафиолетовой областях спектра, а также в близкой инфракрасной области спектра было высказано предположение об акридон-иминной форме 9-аминоакридина.

Однако за последнее время были опубликованы работы, в которых на основании измерения дипольных моментов ([2]), а также на основании изучения инфракрасных спектров поглощения в области основных частот группы NH ([3]), защищается аминная структура 9-аминоакридина.

Целью настоящей работы было детальное изучение инфракрасных спектров поглощения аминоакридинов и ряда производных акридина в области основных и деформационных частот группы NH.

Измерения инфракрасных спектров поглощения раствора в CCl_4 (концентрация порядка 10^{-4}—10^{-5} мол/л и толщина слоя 30 мм) в области основных частот группы NH производились на инфракрасном спектрометре ИКС-11 с призмой LiF.

Инфракрасные спектры поглощения в области деформационных частот группы NH производились на том же спектрометре, но с призмой NaCl. Измерялись в данном случае сублимированные при —180° в вакууме тонкие слои веществ (толщиной 5—20 μ) методом, разработанным в нашей лаборатории ([4]). Аналогичные результаты получались при применении методики прессования дисков из KJ в смеси с испытуемым веществом в вакууме. Эти методы позволяют полностью устранять полосы поглощения растворителя, которые в данной области спектра очень интенсивны. Спектры поглощения растворов в CCl_4 аминоакридинов и ряда других соединений приведены на рис. 1, а полученные частоты сведены в табл. 1. При рассмотрении рисунка и таблицы видно, что 1- и 2-аминоакридины имеют две узкие полосы поглощения с частотой 3410 и 3485 $см^{-1}$, которые обычно относят к симметричному и антисимметричному колебаниям группы NH_2. Эти значения частот хорошо совпадают со значениями частот для 9-аминантрацена.

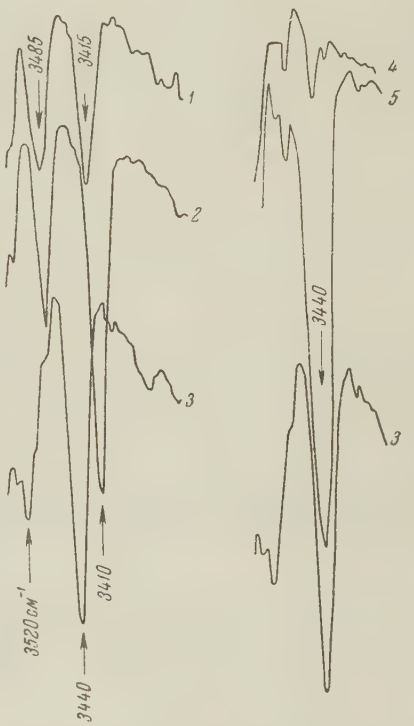
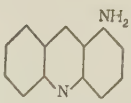
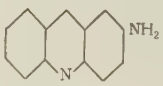
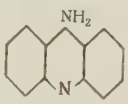
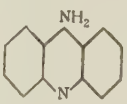
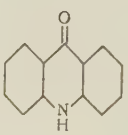
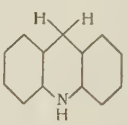


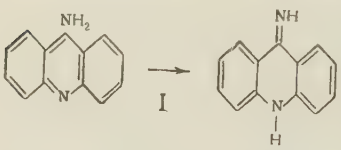
Рис 1. Инфракрасный спектр поглощения растворов в CCl_4 в области 3400—3500 $см^{-1}$: *1* — 9-аминоантрацен, *2* — 2-аминоакридин, *3* — 9-аминоакридин, *4* — акридон, *5* — акридан

Таблица 1

Полосы поглощения NH-групп аминоакридинов в области 3400—3500 $см^{-1}$

Соединение	Структура	NH_2, $см^{-1}$	$\geqslant$+NH и >NH, $см^{-1}$	— $\bar{N}$H, $см^{-1}$
1-Аминоакридин		3410, 3485	—	—
2-Аминоакридин		3410, 3485	—	—
9-Аминоантрацен		3415, 3485	—	—
9-Аминоакридин		—	3440	3520
Акридон		—	3440	—
Акридан		—	3440	—

В спектре поглощения 9-аминоакридина имеются тоже две узкие полосы поглощения, но с другими значениями частот — 3440 и 3520 $см^{-1}$, которые отличаются от вышеприведенных значений частот группы NH_2.



I

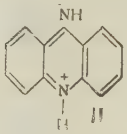
Одна из частот 9-аминоакридина, а именно 3440 $см^{-1}$, совпадает с частотой полосы, которой обладают акридон и акридан и которую следует отнести к частоте колебания группы $>NH$, где азот — гетероцикла.

Следовательно, эту частоту (3440 $см^{-1}$) в 9-аминоакридине следует отнести также к частоте колебания группы $>NH$, т. е. предположить наличие акридон-аминной таутометрии I. Более того, данная частота, 3440 $см^{-1}$, точно совпадает с частотой колебания, которая наблюдается в ионе акридина (солянокислый акридин в $CHCl_3$). Поэтому частоту 3440 $см^{-1}$ следует отнести и к колебаниям группы $\geqslant{}^{+}NH$, когда азот гетероцикла четырехвалентен и положительно заряжен.

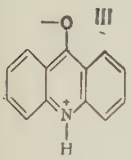
Если предположить внутриионизированную структуру 9-аминоакридина в виде II, то можно объяснить уменьшение частоты колебания группы $\geqslant$ NH (3440 $см^{-1}$), по сравнению со вторичными аминами (3460 $см^{-1}$) ([3]) и частотами колебания NH пиррола и индола (3490 $см^{-1}$) ([5]), за счет наличия положительно заряженного азота. Аналогично вторую полосу с частотой колебания 3520 $см^{-1}$, которая имеет значительно большее значение, чем для

иминной группы (3400—3200 см$^{-1}$) ([6]), следует отнести к колебаниям группы NH, имеющей двухвалентный азот, отрицательно заряженный.

Следует отметить, что наличие внутриионизированной структуры в молекуле 9-аминоакридина сохраняет сопряжение бензольных колец с гетероциклом, что, как известно, энергетически выгодно, в то время как в простой акридон-иминной структуре сопряжение нарушено.



Внутриионизированная структура имеет место также и для акридона III. Это подтверждается тем, что в акридоне частота карбонильной группы (1640 см$^{-1}$) значительно понижена по сравнению с антрахиноном (1675—1690 см$^{-1}$) ([7]), но хорошо совпадает со значением частоты в амидах: $R-C\begin{matrix}O^-\\ \diagup\\ \diagdown\\ {}^+NH_2\end{matrix}$ (1650—1740 см$^{-1}$), что объясняется у них внутриионизированной структурой типа ([6,7]): $R-C\begin{matrix}O\\ \diagup\\ \diagdown\\ NH_2\end{matrix}$.



Наличие внутриионизированной структуры 9-аминоакридина и акридона, подтверждается при изучении твердых пленок данных веществ в области основных частот колебания NH-группы. 9-Аминоакридин и акридон в отличие от всех аминоакридинов и акридана обнаруживают очень сильное межмолекулярное взаимодействие, приводящее к большому сдвигу полос поглощения NH-группы в длинноволновую область и сильному их размытию.

Предположение об акридон-иминной внутриионизированной структуре 9-аминоакридина дополнительно подтверждается при изучении спектров поглощения в области от 1700 до 700 см$^{-1}$, которые приведены на рис. 2. Частоты некоторых полос сведены в табл. 2.

При рассмотрении спектров и данных табл. 2 видно, что 1-,2-аминоакридины и 9-аминантрацен имеют одну полосу поглощения с частотой 1640—1650 см$^{-1}$, которая приписывается деформационному колебанию NH_2-группы, в то время как 9-аминоакридин дает две полосы поглощения с частотами 1650 и 1570 см$^{-1}$. В спектре поглощения акридона и акридана присутствует одна полоса поглощения с частотой 1570 см$^{-1}$, которая совпадает с одной из полос 9-аминоакридина. Следовательно, данную частоту (1570 см$^{-1}$) следует связать с деформационными колебаниями группы $\gtrless{}^+NH$, где азот — гетероцикла.

Вторую полосу 9-аминоакридина с частотой 1650 см$^{-1}$ следует отнести к иминной группе (деформационное колебание группы — $\overline{N}$—H), а не к аминной группе, несмотря на совпадение у них значений частоты.

Таблица 2

Полосы поглощения аминоакридинов в области 1700—700 см$^{-1}$

Соединение	NH_2, см$^{-1}$	$-\overline{N}H$, см$^{-1}$	C—O$^-$, см$^{-1}$	⬡, см$^{-1}$	$\gtrless NH$ $\gtrless {}^+NH$, см$^{-1}$	⬡, см$^{-1}$	⬡, см$^{-1}$	⬡, см$^{-1}$	?, см$^{-1}$
1-аминоакридин	1640	—	—	1610	—	1560	1520	1460	—
2-аминоакридин	1640	—	—	1610	—	1530	1490	1450	—
9-аминоантрацен	1650	—	—	1590	—	1560	1490	1460	—
9-аминоакридин	—	1650	—	1610	1570	1520	1490	1460	1280
Акридан	—	—	—	1615	1580	1500	1490	—	1280
Акридон	—	—	1640	1590	1570	1510	1480	—	1280
Метилакридон	—	—	1630	1590	—	1500	1460	—	1280

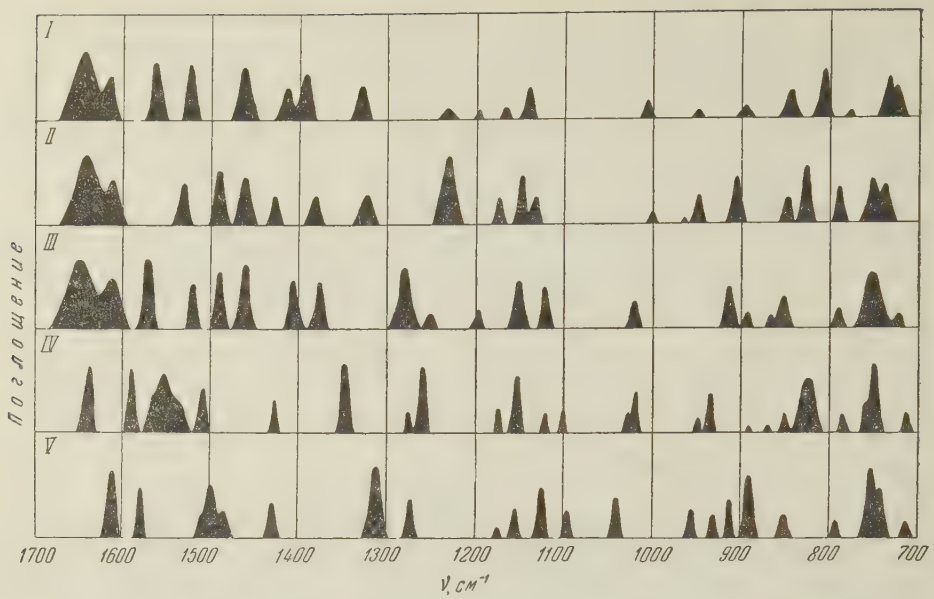


Рис. 2. Инфракрасные спектры поглощения сублимированных слоев в вакууме: *I*—1-аминоакридин, *II* —2-аминоакридин, *III* — 9-аминоакридин, *IV* — акридон, *V* — акридан

Кроме того, в инфракрасных спектрах поглощения 9-аминоакридина, акридона, метилакридона и акридана присутствует полоса с частотой 1280 $см^{-1}$, которая отсутствует во всех остальных аминоакридинах и акридине. Эту полосу можно отнести к какому-то колебанию кольца гетероцикла при наличии заместителя у азота (H, CH_3).

В спектре поглощения 9-аминоакридина в области от 1500 до 700 $см^{-1}$ наблюдались дополнительные отличия от других аминоакридинов, которые затруднительно интерпретировать.

Таким образом, спектральные данные в инфракрасной области дополнительно подтверждают первоначально сделанный вывод о строении 9-аминоакридина как акридон-имина с внутриионизированной структурой ([1]). К этому же выводу приходят Л. В. Левшин и А. П. Хованский при исследовании спектров люминесценции аминоакридинов при различных pH среды ([8]).

Попытка обнаружить подобное явление для аминопиридинов не увенчались успехом. Спектры поглощения α-, β- и γ-аминопиридинов как в области валентных, так и деформационных колебаний группы NH мало отличались друг от друга, и значение частот полос поглощения довольно хорошо совпадали с литературными данными ([9]).

Вследствие этого нужно считать, что спектральное изучение аминопиридинов не дает указаний на наличие у них таутометрии.

По всей вероятности, аналогичный вывод следует сделать и для аминохинолинов при анализе литературных спектральных данных ([9]).

Поступило
17 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. В. Карякин, А. М. Григоровский, Н. Г. Ярославский, ДАН. **67**, 697 (1949). [2] З. В. Пушкарева, З. Ю. Кокошко, ДАН, **78**, 77 (1953). [3] L. N. Short, J. Chem. Soc., **1952**, 4585. [4] В. А. Никитин, Оптика и спектроскопия, **1**, 589 (1956). [5] M. L. Josien, N. Fuson, J. Chem. Phys. **22**, 1169 (1954); А. Н. Сидоров, А. Н. Теренин, ДАН, **104**, № 4, 575 (1954). [6] L. J. Bellamy, The Infra—red Spectra of Complex Molecules, London, 1956. [7] M. S. Flett, J. Chem. Soc., **1948**, 1441. [8] Л. В. Левшин, А. П. Хованский, Оптика и спектроскопия, **2**, 447 (1957 . [9] C. L. Angyal, R. S. Werner, J. Chem. Soc., **1952**, 2911.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ХИМИЯ

Н. Е. ПОДКЛЕТНОВ

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ АРОМАТИЧЕСКИЕ УГЛЕВОДОРОДЫ БЕНЗИНОВЫХ ФРАКЦИЙ НЕФТЕЙ САХАЛИНА

(Представлено академиком А. В. Топчиевым 14 VI 1957)

Благодаря своим генетическим особенностям и своеобразному химическому составу, характеризующемуся, в частности, высоким содержанием легких ароматических углеводородов ([1]), нефти Сахалина являются интересным объектом исследования.

В настоящем сообщении приводятся результаты определения индивидуального состава ароматических углеводородов, содержащихся в бензиновых фракциях, отобранных в пределах от начала кипения до 175°, из нефтей трех промышленных месторождений северо-восточного Сахалина, а именно: Восточного Эхаби (пласт 29), Эхаби (пласт XIX) и Паромая (пласт V). Таким образом, для исследования выбраны нефти двух генетических типов из трех, выделенных для Сахалина ([2]).

Исследование производилось по схеме, примененной А. В. Топчиевым с сотрудниками при изучении нефти Небит-дага ([3]).

Отделение ароматических углеводородов проводилось хроматографическим методом на силикагеле (крупность зерна 100—200 меш, активность по бензолу до 14 мл), в соответствии с рекомендациями Г. С. Ландсберга и Б. А. Казанского ([4]).

Выделенные ароматические углеводороды подвергались точному фракционированию на колонке с насадкой Левина, эффективностью в 50 т. т., и исследовались с помощью спектров комбинационного рассеяния, а для определения количества нафтеновых углеводородов, захваченных при однократном хроматографировании,— по дисперсиометрическому методу.

Большинство спектров комбинационного рассеяния индивидуальных углеводородов, с которыми проводилось сравнение спектров фракций, заимствовано из работы Г. С. Ландсберга с сотрудниками ([5]).

Значения частных дисперсий индивидуальных ароматических углеводородов были взяты на основании литературных данных ([6]). Дисперсия изучаемых фракций определялась с помощью рефрактометра Аббе с ультратермостатом при 20°.

Полученные результаты приведены в табл. 1.

Найдено, что бензиновые погоны, отобранные до 175°, содержат 9,64% ароматических углеводородов в случае нефти Восточного Эхаби, 9,55% — Эхаби и 13,48% — Паромая.

Всего идентифицировано в каждой нефти по 14 углеводородов, из которых все присутствуют в измеримых количествах. Дополнительно найдены 4 группы углеводородов, охарактеризованных типом алкильного замещения ([7]).

Спектральный анализ подтвердил отсутствие в выделенных фракциях ароматических и непредельных углеводородов.

Полученные результаты (как и данные о семнадцати нефтях Совет-

ского Союза ([8])) свидетельствуют о большой неравномерности в содержании индивидуальных ароматических углеводородов и значительном преобладании одно- и двухзамещенных бензола.

Пять углеводородов составляют: в случае нефти Восточного Эхаби 68,6% (считая на сумму выделенных ароматических углеводородов), Эхаби 67,6% и Паромая 72,0%.

Таблица 1

Ароматические углеводороды бензинов до 175° нефтей Восточного Эхаби, Эхаби и Паромая

Углеводороды	Содержание, вес. %					
	на сумму ароматических			на бензин до 175°		
	Восточное Эхаби	Эхаби	Паромай	Восточное Эхаби	Эхаби	Паромай
Бензол	14,4	10,5	13,2	1,39	1,00	1,80
Толуол	25,1	26,6	22,1	2,43	2,52	3,02
Этилбензол	8,9	7,2	9,0	0,85	0,67	1,23
п-Ксилол	2,9	3,9	4,2	0,28	0,38	0,56
м-Ксилол	11,4	11,9	18,7	1,09	1,14	2,55
о-Ксилол	5,4	4,7	7,8	0,52	0,45	1,06
Сумма C_8H_{10}	28,6	27,7	39,7	2,74	2,64	5,40
Изопропилбензол	3,1	2,6	2,1	0,30	0,25	0,29
н-Пропилбензол						
м-Этилтолуол	4,9	2,6	2,6	0,48	0,25	0,36
п-Этилтолуол	нет	нет	0,5	нет	нет	0,07
о-Этилтолуол	3,7	1,2	1 8	0,36	0,12	0,24
1, 3, 5-триметилбензол	4,4	5,2	9,0	0,42	0,49	1,09
1, 2, 4-триметилбензол	8,8	11,4	2,5	0,85	1,09	0,33
1, 2, 3-триметилбензол	2,0	2,6	0,7	0,19	0,25	0,10
Сумма C_9H_{12}	26,9	25,6	19,2	2,60	2,45	2,48
Сумма монозамещенных	0,7	1,7	0,4	0,06	0,17	0,06
Сумма 1,4-замещенных	1,7	3,6	0,7	0,16	0,35	0,10
Сумма 1,3-замещенных	1,3	1,7	нет	0,13	0,17	нет
Сумма 1,2-замещенных	1,3	2,6	4,7	0,13	0,25	0,62
в том числе:						
без заместителей	14,4	10,5	13,2	1,39	1,00	1,80
с 1 заместителем	37,1	38,0	33,6	3,64	3,61	4,60
с 2 заместителями	32,6	32,2	41,0	3,15	3,11	5,56
с 3 заместителями	15,2	19,2	12,2	1,46	1,83	1,52

В максимальном количестве во всех трех нефтях найдены толуол, бензол и *м*-ксилол.

Применив хроматографию, точную ректификацию, исследование спектров комбинационного рассеяния и дисперсиометрию удалось установить качественный и количественный индивидуальный состав ароматических углеводородов, содержащихся в бензиновых фракциях, выкипающих до 175°, в нефти Восточного Эхаби — на 95%, Эхаби — на 90,4% и Паромая — на 94,2%.

Выражаю благодарность В. Т. Алексаняну и Х. Е. Стерину за выполненное ими исследование спектров комбинационного рассеяния.

Сахалинский комплексный
научно-исследовательский институт

Поступило
14 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Н. В. Разумов, Сообщ. Сахалинск. компл. н.-иссл. инст. АН СССР, № 6—7 (1957). [2] Н. В. Разумов, А. В. Соловьев, Там же, № 5 (1956). [3] А. В. Топчиев, И. А. Мусаев, Г. Д. Гальперн, Тр. Инст. нефти АН СССР, **4**, 3 (1954). [4] Г. С. Ландсберг, Б. А. Казанский, Изв. АН СССР, ОХН, **1951**, 100. [5] Г. С. Ландсберг, П. А. Бажулин, М. М. Сущинский, Основные параметры спектров комбинационного рассеяния индивидуальных углеводородов, Изд. АН СССР, 1956. [6] A. L. Ward, S. S. Kurtz, Ind. and Eng. Chem., Anal. Ed., **10**, 559 (1938). [7] Б. А. Казанский, Г. С. Ландсберг и др., Изв. АН СССР, сер. физ., **18**, № 6, 704 (1954). [8] Н. Е. Подклетнов, Сообщ. Сахалинск. компл. н.-иссл. инст. АН СССР, № 6—7 (1957); А. В. Топчиев, И. А. Мусаев, А. Н. Кислинский, Г. Д. Гальперн, Химия и технология топлива, № 2, 9 (1956); Г. Хаджаев, А. П. Ибрагимов, Изв. АН УзбССР, № 8, 43 (1955).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ХИМИЯ

К. И. ПОРТНОЙ и Г. В. САМСОНОВ*

СВОЙСТВА ТРОЙНЫХ СПЛАВОВ ДИБОРИДОВ ТИТАНА, ХРОМА И ЦИРКОНИЯ

(Представлено академиком А. А. Бочваром 18 VI 1957)

Бориды тугоплавких редких металлов, отличающиеся высокой твердостью, износоустойчивостью и стойкостью против окисления в различных агрессивных химических средах, представляют существенный интерес для современной техники высоких механических нагрузок при повышенных температурах. Особенно важно изучение свойств сплавов боридов в системах, в которых можно, как и в системах других металлоподобных соединений (карбидов, нитридов), ожидать экстремумов свойств — твердости, электросопротивления и др. К настоящему времени опубликованы результаты исследования ряда двойных систем диборидов: TiB_2 — ZrB_2 ([1,2]), TiB_2 — CrB_2, ZrB_2 — CrB_2 ([3]) и др.

Однако почти совершенно отсутствуют данные о свойствах тройных сплавов боридов, в том числе таких наиболее перспективных в техническом отношении, как боридов титана, циркония и хрома. В связи с этим задачей настоящей работы было выяснение некоторых свойств сплавов диборидов титана, циркония и хрома, расположенных на лучевом разрезе TiB_2 — CrB_2 (50 : 50 мол. %) — ZrB_2.

По данным ([1–3]) известно, что бориды титана и хрома, а также титана и циркония образуют непрерывные ряды твердых растворов, а бориды хрома и циркония растворяются друг в друге (при 2000°) ограниченно: в CrB_2 до 20 мол. % ZrB_2 и в ZrB_2 до 5 мол. % CrB_2. Поэтому было интересно одновременно проследить, как изменяется растворимость CrB_2 в твердом растворе TiB_2 — CrB_2 по сравнению с его ограниченной растворимостью в CrB_2 и непрерывной — в TiB_2, и наоборот.

Для приготовления образцов сплавов использовали метод спекания горячим прессованием, позволяющий получать довольно плотные компактные образцы из непластичных, хрупких соединений типа боридов. Спекание осуществлялось в графитовых прессформах; исследование условий спекания проводили в пределах температур от 2100 до 2550°, давлений от 60 до 330 кГ/см² и выдержки от 0,5 до 5 мин.

Установлено наличие минимума при 40—50 мол. % ZrB_2 в сплавах на кривой оптимальных температур спекания, который указывает на отсутствие непрерывного ряда твердых растворов в системе и наличие более сложного типа диаграммы состояния.

Для снятия внутренних напряжений после спекания горячим прессованием, а также фиксации фазового состояния сплавов последние подвергались отжигу в вакууме при температурах 1900, 1500 и 1100° с последующим

* В экспериментальной части работы принимали участие К. И. Фролова и Г. В. Москалик.

быстрым охлаждением до комнатной температуры. Отожженные образцы исследовались рентгеновским, металлографическим и микродюрометрическим методами.

Фотографии микрошлифов ряда сплавов, отожженных и закаленных с 1900°, приведены на рис. 1. До 40—50% ZrB_2 сплавы однофазны; начиная с 50—60% ZrB_2 начинает обнаруживаться вторая фаза, которая видна на шлифе сплава с 60 мол.% ZrB_2 в форме довольно мелких составляющих, а на шлифах сплава с 80% ZrB_2 — в форме крупных включений.

Измерение микротвердости фаз показывает наличие максимума микротвердости в 3900 кГ/мм² при 20 мол.% ZrB_2, после чего следует прямолинейный ход микротвердости основной фазы (2800 кГ/мм²). Твердость второй фазы можно измерить с достаточной достоверностью, только начиная с 70 мол. % ZrB_2 в сплавах; она возрастает от 1900 для ZrB_2 до 2100 кГ/мм² для растворов в нем двойного борида (Ti, Cr) B_2.

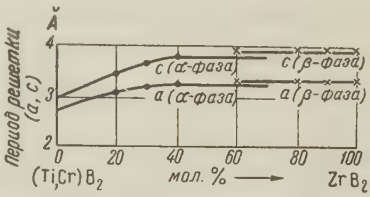


Рис. 2. Изменение периодов решеток сплавов (Ti, Cr) B_2 — ZrB_2 в зависимости от состава

Рентгеновское исследование сплавов, выполненное по методу Дебая в нормальной камере диаметром 57,4 мм, показало, (рис. 2) на рост периода решетки фазы на основе (Ti, Cr) B_2 с увеличением содержания ZrB_2 в сплавах до 40 мол.%, после чего период решетки твердого раствора ZrB_2 в (Ti, Cr) B_2 остается практически постоянным и, начиная с 60 мол.% ZrB_2, на рентгенограммах обнаруживается борид циркония, или точнее твердый раствор (Ti, Cr) B_2 в ZrB_2 с периодом решетки несколько меньшим, чем у чистого ZrB_2. Определение электросопротивления сплавов показало наличие невысокого максимума при 10 мол.% ZrB_2 в сплаве с (Ti, Cr)B_2. Удельное электросопротивление ZrB_2 и (Ti, Cr) B_2 соответственно составляет 10,8 и 18,8 μΩ/см.

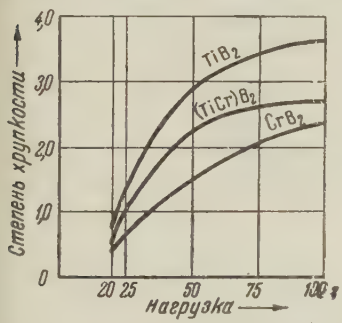


Рис. 3. Микрохрупкость фаз TiB_2, CrB_2 и твердого раствора (Ti, Cr)B_2

Таким образом, можно полагать, что при 1900° растворимость ZrB_2 в (Ti, Cr)B_2 порядка 40 мол.% и растворимость (Ti, Cr)B_2 в ZrB_2 — менее 10 мол. %, причем так как атомный радиус циркония больше атомных радиусов титана и хрома, то увеличение периода при образовании первого из этих растворов свидетельствует о растворении путем замещения, а второго — путем внедрения.

Ограниченная растворимость ZrB_2 в двойном бориде (Ti, Cr)B_2 закономерна, но тем не менее она повышается до 40 мол.%, что может быть объяснено влиянием TiB_2, образующего с ZrB_2 непрерывный ряд твердых растворов.

Исследованные сплавы интересны в том отношении, что один из компонентов (ZrB_2) имеет в другом (Ti, Cr)B_2 растворимость, мало изменяющуюся с температурой в широком интервале от 1100 до 1900°.

Следовательно, согласно принципам построения жаропрочных сплавов [4], можно ожидать для сплава с содержанием ZrB_2, несколько бо́льшим чем 40%, выделения избытка борида циркония в форме мелкодисперсной составляющей по границам зерен, сохраняющейся при высоких температурах и обеспечивающей высокое сопротивление всего сплава ползучести. При этом основной компонент сплава — твердый раствор (Ti, Cr)B_2 образован по принципу легирования более коррозионноустойчивого, но и более хрупкого борида титана менее хрупким боридом хрома ([5,6]), как показывает сравнение микрохрупкости этих трех фаз (рис. 3).

Выводы

Растворимость ZrB_2 в (Ti, Cr)B_2 составляет около 40 мол.%, а (Ti, Cr)B_2 в ZrB_2 менее 10 мол.%. Область растворимости ZrB_2 в CrB_2 повышается при растворении ZrB_2 в двойном бориде (Ti, Cr)B_2, с одним из компонентов которого (TiB_2) борид циркония образует непрерывный ряд твердых растворов.

В области однофазности твердого раствора ZrB_2 в (Ti, Cr) B_2 в образцах, закаленных с 1900°, имеется максимум микротвердости в 3900 кГ/мм² (при 20 мол.% ZrB_2) и электросопротивления (216 μΩ/см при 10 мол.% ZrB_2).

Всесоюзный научно-исследовательский институт авиационных материалов

Поступило 7 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] F. Glaser, W. Iwanick, Powd. Met. Bull., 6, 178 (1953). [2] Г. А. Меерсон, Г. В. Самсонов, Р. Б. Котельников Изв. Сект. физ.-хим. анализа АН СССР, 25, 89 (1954). [3] Р. Б. Котельников, Автореферат кандидатской диссертации, Минцветметзолота, М., 1956. [4] А. А. Бочвар, Металловедение, 1956. [5] В. С. Нешпор Г. В. Самсонов, Физика металлов и металловедение, 4, 181 (1957). [6] К. И Портной, В. С. Раковский, Г. В. Самсонов, Я. С. Уманский, Тр. ВИАМ, 1957.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ХИМИЯ

А. Н. ХЛАПОВА

НОВЫЕ ДАННЫЕ О ПОЛИМОРФИЗМЕ КАРБОНАТА НАТРИЯ *

(Представлено академиком И. И. Черняевым 10 VI 1957)

Жафре и Мартен ([1]) методами термографии, дилатометрии и электропроводности установили, что безводный карбонат натрия имеет два полиморфных превращения: при 360 и 480°. По данным рентгенографического анализа, кристаллическая структура Na_2CO_3 изменяется только при 480°; при 360° структурных изменений авторы не наблюдали.

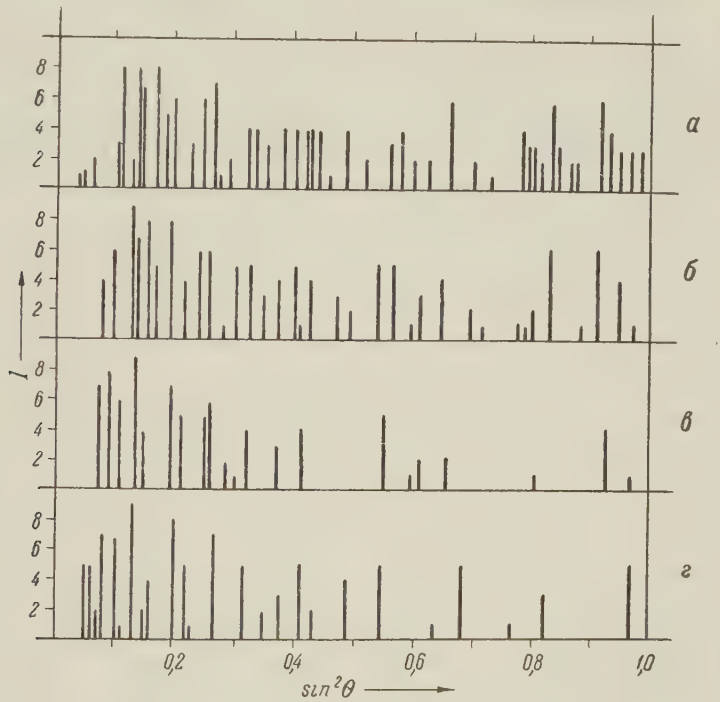


Рис. 2. Графики расчета рентгенограмм порошков безводного карбоната натрия: *а* — α-Na_2CO_3 — низкотемпературная модификация; рентгенограмма получена при комнатной температуре; *б* — β-Na_2CO_3 — при 350°; *в* — γ Na_2CO_3 — при 500°; *г* — δ-Na_2CO_3 при 566°

А. И. Лазарева ([2]) также отмечала на дифференциальных кривых нагревания Na_2CO_3 эндотермические эффекты, отвечающие фазовым переходам при 340—350 и 470—475°.

Нами было проведено рентгенографическое и термографическое изучение процесса полиморфных превращений безводного карбоната натрия в зависимости от температуры и предшествующей истории образца.

* В экспериментальной работе принимала участие Е. С. Ковалева.

Для исследования был использован карбонат натрия, марки «Beker's Analysed» состава 99,78% Na_2CO_3.

Рентгенографический анализ производился методом порошка в цилиндрической камере, специально приспособленной для получения рентгенограмм при разных температурах. Устройство такой камеры и методика исследования описаны В. Г. Кузнецовым ([3]). Перед рентгеносъемкой исходный Na_2CO_3 расплавлялся в платиновом тигле при температуре в печи 860—880°. Переплавленный карбонат натрия растирался в агатовой ступке в порошок, с размером зерна примерно в 10^{-4}—10^{-5} см. Затем вещество помещалось в открытый тонкостенный кварцевый капилляр диаметром 0,5—0,7 мм. Перед облучением соль 45—60 мин. выдерживалась при строго определенной температуре, после чего при этой же температуре производилась рентгеносъемка на железном неотфильтрованном излучении с экспозицией в 3—4 часа при вращении образца. Рентгенограммы порошков были получены с одного и того же образца последовательно при температурах: комнатной, 80, 102, 122, 164, 204, 244, 350, 402, 450, 500, 566° и вновь комнатной. Образец нагревался каждый раз от комнатной до заданной температуры. Полученные результаты, сведенные в табл. 1 и 2 и на рис. 1 и 2, показывают, что Na_2CO_3 в интервале температур от комнатной до плавления существует

Таблица 1

Фазовое состояние Na_2CO_3 по температуре по данным рентгенографического анализа

Температура, °С	Комнатная	80	102	124	164	204	244	350	402	450	500	566
Фаза	α	α	α	α	α	α	α	β	β	β	γ	δ
	α	←										δ

Таблица 2

Значение межплоскостных расстояний (d) и относительных интенсивностей (I) рентгеновских линий α-, β-, γ- и δ-модификаций Na_2CO_3

α-Na_2CO_3*		β-Na_2CO_3		γ-Na_2CO_3		δ-Na_2CO_3		α-Na_2CO_3*		β-Na_2CO_3		γ-Na_2CO_3		δ-Na_2CO_3	
температура комнатная (t)		t = 350°		t = 500°		t = 566°		температура комнатная (t)		t = 350°		t = 500°		t = 566°	
t	d	I	d	I	d	I	d	I	d	I	d	I	d	I	d
1	4,73	4	3,43	7	3,55	5	4,16	4	1,46	3	1,235			3	1,066
2	3,74	6	3,09	8	3,18	5	3,81							дифф.	
дифф.								1	1,42					5	0,985
3	3,003	9	2,65	6	2,90	2	3,57	4	1,384	4	1,205			дифф.	
8	2,92	7	2,59	9	2 64	7	3,33			дифф.					
2	2,68	8	2,45	4	2,54	7	2,96	2	1,341	2	1,052				
8	2,60	5	2,35	7	2,19	1	2,88	3	1,288	1	1,098				
7	2,51	8	2,19	5	2,10	9	2,66			дифф.					
		4 дв.	2,08	5	1,93	2	2,49	4	1,269	1	1,089				
8	2,34	6	1,96	6	1,89	4	2,39	2	1,245	2	1,081				
5	2,24	6	1,90	2	1,82	8	2,15	2	1,223	6	1,061				
6	2,16	1	1,83	1	1,77	5	2,06	6	1,190	1	1,029				
3	2,02	5	1,75	4	1,71	1	2,01	2	1,154	6	1,013				
6	1,94	5	1,69	3	1,590	7	1,87	4	1,095	2	0,994				
7	1,87	3	1,64	4	1,510	5	1,72	3	1,085	1	0,980				
				дифф.				3	1,077						
		4	1,58	5	1,305	2	1,63	2	1,070						
				дифф.				6	1,057						
2	1,79	5	1,53	2	1,239	3	1,58	3	1,051						
				дифф.				2	1,039						
4	1,70	1	1,51	2	1,194	5	1,51	дифф.							
				дифф.				2	1,034						
4	1,67	4	1,48	1	1,077	2	1,48	дифф.							
3	1,62	3	1,405	4	1,005	4	1,385	6	1,010						
		2	1,183	1	1,983	5	1,308	4	1,002						
4 дв.	1,57	5	1,314			1	1,214	дв.	0,993						
4 дв.	1,52	5	1,285			5	1,170	3	0,985						
4	1,49	1	1,251			1	1,117	дифф.							
4	1,48							3	0,973						

* Отжиг 200°, 7 суток.

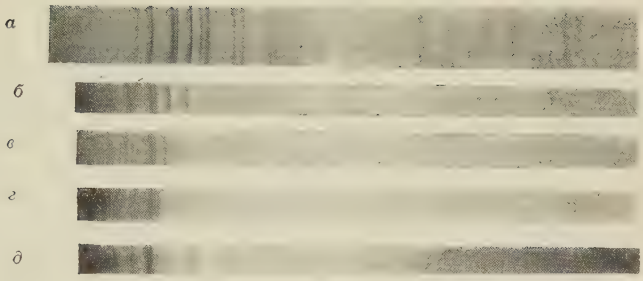


Рис. 1. Репродукции рентгенограмм порошков четырех модификаций безводного карбоната натрия: *а* — α-Na_2CO_3; рентгенограмма получена при комнатной температуре в обычной цилиндрической рентгеновской камере; образец отжигался сначала при 120° в течение 22 час., затем при 200° в течение 173 час ; *б* — α-Na_2CO_3; рентгенограмма получена при комнатной температуре в высокотемпературной камере с образца после рентгеносъемки при 566°; *в* — β-Na_2Ca_3; рентгенограмма получена при 350°: γ-Na_2CO_3, при 500°; δ-Na_2CO_3, при 566°

не в двух кристаллических формах, как это до сих пор считается, а в четырех с характерной для каждой фазы структурой, а именно: $\alpha = Na_2CO_3$ — низкотемпературная модификация (рис. 1*а*, 2*а*); $\beta = Na_2CO_3$ — форма, существующая выше 350° (рис. 1*в*, 2*б*), $\gamma = Na_2CO_3$ — выше 485° (рис. 1*г*, 2*в*) и $\delta = Na_2CO_3$ — выше 566° (рис. 1*д*, 2*г*).

Изложенные результаты находятся в согласии с данными термографического исследования, которые приводятся ниже.

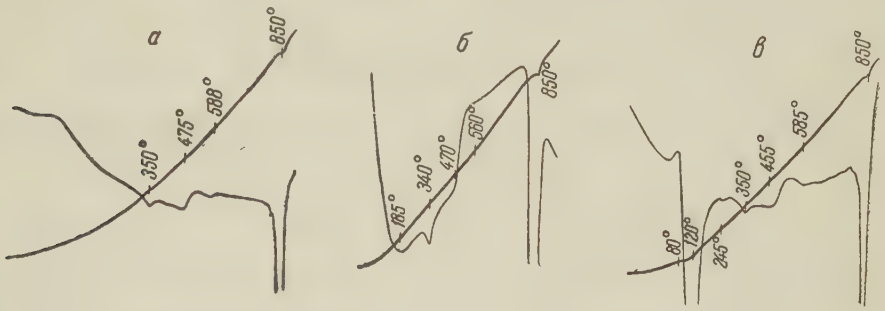


Рис. 3. Кривые нагревания Na_2CO_3 после: *а* — переплавления соли; *б* — хранения около года в банке с притертой пробкой; *в* — хранения более года на воздухе в лабораторных условиях; вследствие поглощения влаги из воздуха, Na_2CO_3 превратилась в $Na_2CO_3 \cdot H_2O$

Дифференциальный термографический анализ производился на пирометре Н. С. Курнакова. При этом использовались платинаплатинородиевые термопары. Сопротивление в цепи простой термопары составляло 17 000 ом, дифференциальной — 1000 ом. Эталоном для дифференциальной записи служила прокаленная Al_2O_3. Записывались кривые нагревания Na_2CO_3 с разной предысторией образца.

Таблица 3

Температуры фазовых переходов Na_2CO_3 в зависимости от предшествующей истории образца

№ образца	Предыстория образца	Температуры тепловых эффектов в °С					
		дегидратация $Na_2CO_3 \cdot H_2O$		переход $\alpha \rightarrow \beta$	переход $\beta \rightarrow \gamma$	переход $\gamma \rightarrow \delta$	плавление соли
1	Переплавленная или высушенная при 140°	—	—	350	475	588	850
2	Прокаленная при 500° 2 часа	—	—	350	485	620	850
3	Образец № 2 после трех дней хранения в бюксе	—	—	350	480	630	850
4	Прокаленная около 650°, 2 часа	—	—	350	485	—	850
5	Хранившаяся около года в банке с притертой пробкой	—	185	340	470	560	850
6	Хранившаяся более года открыто на воздухе	80—120	245	350	455	585	850
	Литературные данные	95—109		340	470		850 (2)
				350	475		850
		—	—	360	480		850 (1)

Как видно из табл. 3 и рис. 3, на термограммах всех исследуемых образцов, Na_2CO_3 выявляются не только ранее известные тепловые эффекты, характеризующие фазовые переходы при 340—360 и 470—485°, но и эндотермический эффект при 560—588 или 620° (в зависимости от обработки образца), отвечающий третьему, ранее не описанному в литературе полиморфному превращению карбоната натрия из γ- в δ-форму. Этот фазовый переход Na_2CO_3 впервые был установлен нами рентгенографическим методом порошка при рентгеносъемке в высокотемпературной камере и описан выше. Наблюдаемое расхождение температур фазовых превращений, по данным рентгенографии и термографии, вызывается, по-видимому, различной скоростью нагревания вещества, разным размером зерна, а также предысторией образца.

Таким образом, в результате настоящего исследования получены новые данные о полиморфизме безводного карбоната натрия. Методами рентгенографии и термографии установлено:

1. Существование Na_2CO_3 в интервале температур от комнатной до плавления в четырех кристаллических формах:

а) α—Na_2CO_3 — низкотемпературная модификация, которая существует до 340—350°;

б) β-Na_2CO_3 — существует в интервале температур от 340—350 до 470—485°;

в) γ-Na_2CO_3 — существует в пределах от 470—485 до 565—620°;

г) δ-Na_2CO_3 — высокотемпературная модификация, существующая выше 560—620°.

Температурный диапазон существования фазы зависит от обработки образцов карбоната натрия.

2. Изменение кристаллической структуры при фазовом переходе из α- в β-форму при 340—350°.

Институт общей и неорганической химии
им. Н. С. Курнакова
Академии наук СССР

Поступило
23 IV 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] J. Jaffray, P. Martin, C. R., 236, № 18, 1755 (1953); РЖХим, № 1, 10262 (1954). [2] А. И. Лазарева, Кандидатская диссертация, М., 1954. [3] В. Г. Кузнецов, Журн. неорг. хим., **1**, в. 7, 1548 (1956).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Л. Л. ДЕКАБРУН и А. П. ПУРМАЛЬ

ИНДИКАЦИЯ РАДИКАЛОВ ЯДЕРНО-РЕЗОНАНСНЫМ МЕТОДОМ

(Представлено академиком В. Н. Кондратьевым 29 III 1957)

Высота сигнала ядерного резонансного поглощения (при использовании методики так называемого быстрого прохождения) зависит от спин-решеточного времени релаксации T_1. Уменьшение величины T_1 вызывает рост сигнала.

В 1946 г. было показано ([1]), что время релаксации сильно уменьшается, если в системе присутствуют парамагнитные ионы Fe^{3+}, Cr^{3+}, Cu^{2+}, Ni^{2+} и др. Количественно этот эффект описывается ([2]) следующим уравнением:

$$\frac{1}{T_1} = k\,\frac{\eta N \mu^2}{T},$$

где T_1 — время релаксации, k — константа, величина которой зависит от магнитомеханических свойств ядер, N — концентрация парамагнитных ионов, μ — эффективный магнитный момент ионов; η — вязкость жидкости; T — температура.

Малые добавки парамагнитных ионов делают возможным наблюдение сигнала резонансного поглощения у образцов с большими значениями T_1. Свободные радикалы обладают неспаренным электроном и соответствующим магнитным моментом. Естественно было предположить, что наличие радикалов в системе вызовет эффективное уменьшение времени релаксации и соответствующий рост сигнала резонансного поглощения.

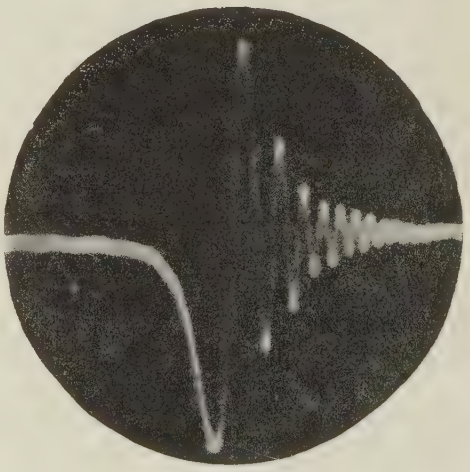


Рис. 1

Предварительное изучение возможностей применения ядерно-резонансной методики для обнаружения свободных радикалов проводилось на автодинных схемах, проходящих испытание в Институте химической физики АН СССР. Типичная осциллограмма протонного резонансного поглощения воды с добавкой $CuSO_4$, снятая на этой установке, приведена на рис. 1. Проверку нашего предположения о влиянии радикалов на величину спин-решеточного времени релаксации естественно было начать с наиболее простого случая — раствора стабильного радикала. Чистый бензол на нашей установке не дает сигнала протонного поглощения. Это связано с тем, что время релаксации у бензола измеряется несколькими секундами, а использованная установка давала возможность обнаружения сигнала поглощения от

образцов, имеющих время релаксации порядка 1 сек. и менее. Мы ожидали, что 0,01 N бензольный раствор свободного радикала дифенилпикрилгидразила даст сигнал протонного поглощения. Эти ожидания, однако, не оправдались. Уменьшение времени релаксации было, по-видимому, недостаточным. Мы пошли тогда по пути искусственного уменьшения времени релаксации за счет увеличения вязкости системы. На этом пути нами был получен ожидаемый результат. Раствор диффузионного масла в бензоле (30% по объему) дал сигнал протонного поглощения на уровне шумов. Тот же раствор, но содержащий дифенилпикрилгидразил, дал вполне отчетливый сигнал.

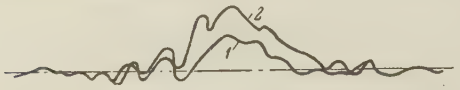


Рис. 2. Осциллограммы сигналов протонного резонанса от распадающейся перекиси водорода: *1* — при $T = 332°K$, *2* — при $T=368°K$

Нам представлялось, что эффект можно будет наблюдать в больших масштабах в случае более простых радикалов. Поскольку простые радикалы не стабильны, естественно было обратиться к химической реакции как генератору таких простых радикалов. При выборе реакции, протекающей с участием радикалов, мы придерживались двух критериев: достаточно высокая скорость реакции при не слишком высоких температурах и большая концентрация водородных ядер в системе. В качестве такого объекта была выбрана реакция термического распада H_2O_2. Ни вода, ни 30-процентный раствор H_2O_2 при комнатной температуре не дали сигнала протонного поглощения. При повышении температуры наблюдалось появление сигнала протонного поглощения от распадающейся H_2O_2. При дальнейшем увеличении температуры и соответственно скорости распада H_2O_2 наблюдалось дальнейшее увеличение сигнала протонного поглощения. На рис. 2 приведена репродукция осциллограмм, полученных от распадающейся H_2O_2 при двух значениях температуры *.

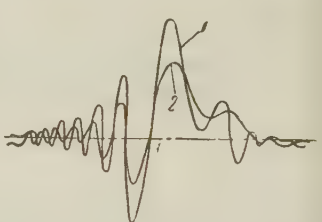


Рис. 3. Осциллограммы сигналов протонного резонанса от раствора сернокислой меди ($n_{Cu^{++}} = 6 \cdot 10^{18}$ см$^{-3}$). *1*—при $T = 294°K$, *2*—при $T=368°K$

Из приведенной выше формулы видно, что с ростом температуры время релаксации будет увеличиваться по закону $T_1 \sim \frac{T}{e^{A/T}}$ (знаменатель учитывает уменьшение вязкости с температурой). Рост времени релаксации с температурой вызывает уменьшение высоты сигнала резонансного поглощения. Для оценки масштаба изменения высоты сигнала протонного поглощения с температурой на рис. 3 приведена репродукция осциллограмм (в том же масштабе, что и для H_2O_2), полученных от 0,01 M раствора CuSO** при двух температурах.

Аномальная температурная зависимость высоты сигнала протонного поглощения в случае распадающейся H_2O_2 вполне естественна, так как повышение температуры приводит к сильному росту концентрации радикалов.

---

* Так как процесс распада H_2O_2 сопровождается выделением кислорода, обладающего парамагнитными свойствами, и имеется возможность того, что «проявление» сигнала обусловлено растворенным в воде кислородом, нами были проделаны специальные калибровочные опыты. Были приготовлены ампулы, содержащие воду с кислородом, растворенным под различными давлениями в интервале от 4 до 50 атм. Сравнивая высоты сигналов протонного поглощения, полученные от H_2O_2 и от растворов O_2 в воде при одинаковых температурах, мы нашли, что высота сигнала от H_2O_2 при 95° соответствует количеству кислорода, растворяющемуся в воде под давлением бо́льшим, чем 50 атм. Вопрос о возможности пересыщения воды кислородом специально исследовался Сейлором [3]. Из результатов его работы следует, что о 50-кратных пересыщениях, даже в отсутствие перемешивания, не может быть и речи.

** Парамагнитный ион Cu^{2+} был выбран для сравнения в связи с тем, чо его эффективный магнитный момент наиболее близок к величине магнитного момента радикалов.

Весьма ценным наблюдением, согласующимся с полученными нами результатами, является факт сильного уменьшения времени релаксации в некоторых твердых образцах, подвергнутых действию облучений высокой энергии ([4]). Действие облучений приводит к созданию F-центров — дырок в кристаллической решетке, занятых свободным электроном. По своим физическим проявлениям F-центр подобен свободному радикалу. Он дает в частности эффективный сигнал электронного резонансного поглощения.

Снижение времени релаксации, наблюдающееся: а) при добавлении в систему свободного радикала дифенилпикрилгидразила; б) при реакции распада H_2O_2, в ходе которой генерируются $\dot{O}H$ и $H\dot{O}_2$-радикалы; в) в образцах, содержащих F-центры — все это подтверждает правильность нашего предположения о том, что радикалы эффективно влияют на время релаксации и могут быть обнаружены методом ядерного магнитного резонанса.

Этот метод индикации свободных радикалов, уступая в отношении чувствительности и точности прямому методу электронного парамагнитного резонанса, сможет, по-видимому, дополнить последний и расширить возможности применения (в частности, например, при изучении радикалов в средах с высокой электропроводностью).

В заключение приносим благодарность В. В. Воеводскому за постоянный интерес к работе и ценные дискуссии.

Институт химической физики
Академии наук СССР

Поступило
18 III 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] F. Bloch, W. W. Hansen, M. Packard, Phys. Rev., **70**, 474 (1946).
[2] N. Bloembergen, E. M. Purcell, R. V. Pound, Phys. Rev., **73**, 679 (1948).
[3] C. A. Seylor, Chem. News, 67, 87 (1893). [4] W. Heitler, E. Teller, Proc. Roy. Soc., **155 A**, 629 (1936).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

А. А. ЖУХОВИЦКИЙ и Н. М. ТУРКЕЛЬТАУБ

О ПРИМЕНЕНИИ ТЕРМИЧЕСКОГО ФАКТОРА В ГАЗОВОЙ ХРОМАТОГРАФИИ

(Представлено академиком П. А. Ребиндером 10 V 1957)

Несмотря на появление значительного числа исследований, в которых при адсорбционном разделении привлекается термический фактор ([1-3], [8-9]), физико-химический анализ вопроса отсутствует.

Привлечение термического фактора приводит к ряду преимуществ в хроматографии. Изменение температуры слоя адсорбента позволяет варьировать его емкость, что дает возможность разделять на одном адсорбенте большое число компонентов и осуществить непрерывный процесс разделения ([4], [5]). Однако наибольшее значение имеет увеличение расстояния между полосами адсорбата и их сужение. Кроме того, при адсорбционном анализе термический фактор может резко понизить требования к чувствительности и инерционности фиксирующего прибора.

Преимущества хроматографии наиболее полно используются при введении термического фактора в проявительную хроматографию. Совместное воздействие тока растворителя и любого изменяющегося во времени и пространстве температурного поля называется хроматермографией ([6]).

Целесообразно сначала рассмотреть зависимость разделительной способности при проявительном анализе от температуры.

Разделение при проявительном анализе мало зависит от температуры слоя. Простой расчет приводит к следующим соотношениям для расстояния между компонентами (Δx) и шириной полосы ($Ш$) на слое $\Delta x = L\Delta Q / RT$, $Ш = mL\,L / \alpha)^{1/2}$. Здесь ΔQ — разница теплот адсорбции компонентов, D — коэффициент продольной диффузии, L — длина слоя, α — линейная скорость потока, $m = 4 \ln (c_{макс} / c)$, где $c_{макс}$ и c — концентрации, соответственно, в максимуме и на краю полосы. На выходной кривой все расстояния изменяются в Γ раз (Γ — коэффициент адсорбции) по сравнению с слоем адсорбента. Поэтому фиксатор играет роль некоторого увеличителя, изменяя как Δx, так и $Ш$. Для характеристики разделения на слое по данным выходной кривой целесообразно рассматривать коэффициент K, который не зависит от выходной температуры: $K = \Delta x / (Ш_1 + Ш_2)$.

Нетрудно показать, что для линейной изотермы чистота фракций просто выражается через коэффициент K: $\delta = e^{-4K^2} / 4k\sqrt{\pi}$, где δ — доля постороннего компонента в фракции.

Глюкауф ([7]) и другие авторы ([8]) предложили аналогичные критерии работы слоя на основе концепции теоретических тарелок. Нам представляется более целесообразным пользоваться рассмотрением физических процессов разделения и размазывания полос адсорбата.

При распределительной хроматографии коэффициент диффузии D уменьшается с понижением температуры и так же как при криволинейной изотерме ширина полос резко увеличивается с понижением температуры.

Независимое от времени температурное поле не приводит к улучшению разделения. При этом $\Delta x = \frac{\overline{\Delta Q}}{R}\left(\frac{1}{T}\right)$ и процесс протекает так же, как при не-

которой средней температуре. Аналогичный результат получается для поля, зависящего лишь от времени ([9],[10]).

Однако простота осуществления такого поля и возможность разделения большого числа компонентов в короткое время создает ряд практических преимуществ этого варианта.

На рис. 1 дана выходная кривая разделения смеси CH_4 — C_2H_6 — C_3H_8—C_4H_{10}— C_5H_{12} — C_6H_{14} за 3 мин. при изменении температуры от 20 до 100°.

Увеличение разделительной способности на основе применения термического фактора может быть достигнуто лишь при условии, что компоненты будут находиться в течение всего опыта при разных температурах и средняя температура проявления, таким образом, будет различной для каждого компонента. Это осуществляется в двух наиболее целесообразных вариантах хроматермографии. При стационарной хроматермографии на адсорбат воздействует, наряду с потоком растворителя, волна температуры, передвигающаяся в направлении потока. Знак градиента температуры также совпадает со знаком скорости потока проявителя. При этом все компоненты при стационарном режиме находятся при своих характеристических температурах. Основные преимущества этого варианта заключаются в сжатии полос около характеристического положения в температурном поле до некоторой стационарной ширины. Это делает метод особенно полезным для анализа веществ в малых концентрациях. Его применение существенно снижает требования, предъявляемые к чувствительности фиксаторов.

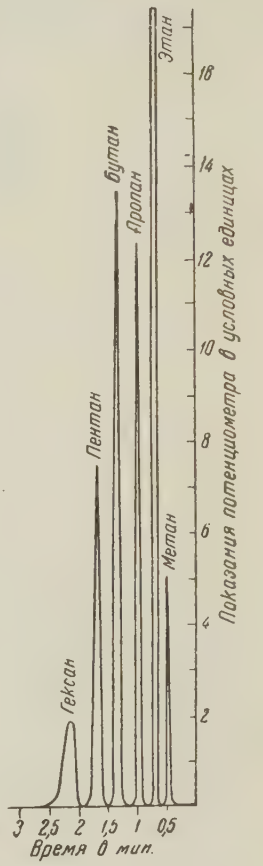


Рис. 1

Как было показано ([5]), на этой основе может быть осуществлен непрерывный анализ. Как и при проявительной хроматографии, при стационарной хроматермографии в принципе может быть разделена любая бинарная смесь, так как расстояние между полосами обратно пропорционально градиенту температуры, а ширина полосы ([12]) — обратно пропорциональна квадратному корню из этой величины. Поэтому, уменьшая градиент (т. е. увеличивая длину печи), можно в принципе добиться разделения полос сколь угодно близких по адсорбируемости веществ.

Однако на данной длине слоя при стационарной хроматермографии расстояние между полосами будет меньше, чем при проявительном методе, так как лучше адсорбирующийся компонент находится при более высокой температуре по сравнению с хуже адсорбирующимся. Это не значит, вообще говоря, что разделительная способность ([13]) при стационарной хроматермографии меньше, чем при проявительном методе, так как в первом случае имеет место сужение, а во втором — расплывание полос.

Целесообразно рассмотреть варианты хроматермографии, при которых имеет место увеличение расстояния между полосами по сравнению с проявительным методом. Чтобы осуществить это, необходимо локализовать хуже адсорбирующийся компонент в области более высоких температур по сравнению с лучше адсорбирующимся. Это означает, что градиент температуры должен иметь знак, противоположный скорости потока. При этом процесс перестает быть стационарным. «Обратный» градиент может быть осуществлен двумя способами. При п е р в о м из них направление движения температурной волны совпадает с направлением потока. Тогда лучше адсорбирующиеся компоненты прогрессивно охлаждаются, и дви-

жение их тормозится. Такой вариант получил название адсорбционного торможения ([14]). Ускоряться будет движение лишь тех компонентов, у которых начальная температура ниже характеристической.

Недостатком этого варианта является трудность обеспечения соответствующих условий последовательно для разных компонентов. Метод подбора оптимальной начальной температуры ([14]) представляет ряд практических неудобств. Кроме того, следует учитывать опасность расчленения полосы компонента на несколько полос.

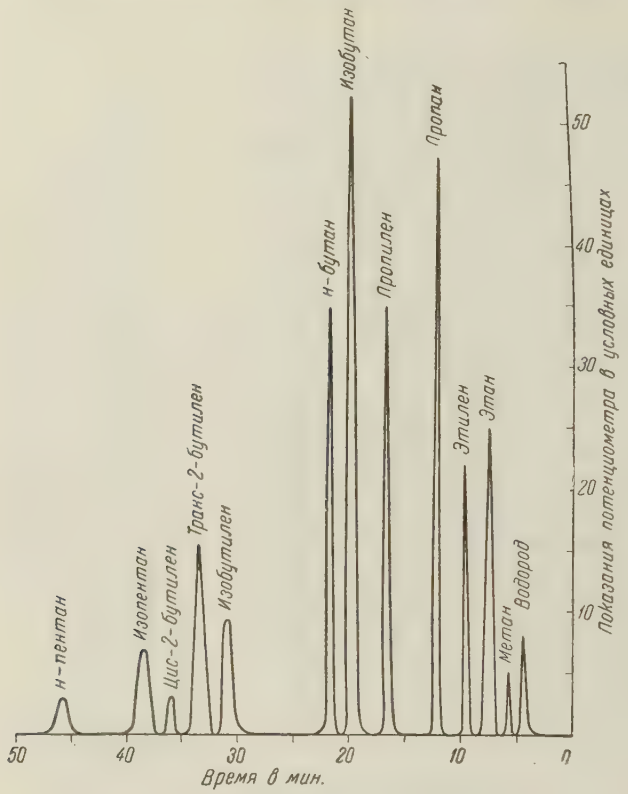


Рис. 2

При втором варианте направление температурной волны противоположно направлению потока растворителя. При этом все компоненты движутся ускоренно и вымываются за один такт работы.

Можно показать, что при малом обратном градиенте ускорение связано следующим образом со скоростью потока α и коэффициентом Генри $q = \frac{\alpha^2\sigma}{\Gamma}$. Здесь $\sigma = Q\gamma/RT^2$, где Q — теплота адсорбции, γ — градиент температуры.

Таким образом, дополнительное ускорение, также уменьшающееся с ростом адсорбируемости, будет улучшать разделение. Это обстоятельство иллюстрируется данными табл. 1, из которой видно, что расстояние между полосами увеличивается при перемене знака градиента. Это увеличение нельзя отнести целиком за счет действия выходной температуры, что видно из факта резкого возрастания K.

Отметим, что применение нестационарной хроматермографии делает адсорбционную колонку в некоторых отношениях более выгодной, чем распределительная, так как при этом разделяются не только изомеры бутана и пентана, но и предельные и непредельные углеводороды и низкокипящие газы. На рис. 2 представлена выходная кривая такой смеси.

Недостатком рассматриваемого способа использования обратного градиента является то, что все компоненты проходят одинаковые области температур. Вариант торможения может быть использован лишь при условии автоматичности, которая может быть достигнута возвратным движением печи до начальной температуры с повторением цикла. При этом, благодаря продвижению компонентов в глубь печи, они постепенно будут оказываться в критическом состоянии, и движение их будет ускоряться.

Термический эффект может быть использован не только в виде непрерывно действующего поля, но и в виде кратковременного нагрева (импульса) с последующим охлаждением. При проявительном методе увеличение длины слоя адсорбента не может быть практически достигнуто вследствие размазы-

Таблица 1

Адсорбент Al_2O_3 16,55 г. Длина трубки 250 см.; сечение 0,125 см²; $w = 20{,}8$ см/мин; $\alpha = 320$ см/мин; $\eta = 0{,}065$

№ опыта	Компонент смеси	Характер градиента температуры	Температура опыта, °С	Высота пика, см	Удержив. объем на 1 см² сечения, v_g, см	Ширина полосы $Ш$, см	Расстоян. между максимумами, Δx, см	K
20	Пропан Бутан	Прям.	120	33 46,8	2640 2910	91 82	240	1,39
21	Пропан Бутан	Обр.	120	9,2 23	2016 4250	272 205	1920	4,1
23	Пропан Бутан	Прям.	78	45,6 21,6	2640 3008	82 120	368	1,7
22	Пропан Бутан	Обр.	78	16,8 20,9	2350 4500	228,5 183	2240	4,5
24	Пропан Бутан	Прям.	40	67,2 46,4	2570 3312	64 137	640	2,8
25	Пропан Бутан	Обр.	40	16,8 5,1	2590 5840	320 330	3250	5

вания полос и ограниченной чувствительности фиксатора. Если, однако, после проявления на некоторой длине слоя адсорбента подвергать адсорбат импульсному «собирательному» нагреву, то длина слоя адсорбента может беспредельно увеличиваться.

При импульсной хроматографии смеси целесообразно осуществлять циркуляцию, возвращая после импульса компонент на начало слоя. В конце слоя должен содержаться тонкий «собирающий» слой адсорбента с высокой адсорбционной способностью, на который в необходимый момент подается импульс. Подача импульса должна регулироваться в зависимости от требуемой степени разделения. В момент минимума на выходной кривой должен подаваться импульс, и обогащенная смесь должна поступать на адсорбент для последующей циркуляции. Такой вид температурного поля, зависящий от степени разделения, мы называем «самосогласованным». На основе таких полей можно получить наилучшее разделение и составить программу для разделяющей адсорбционно-термической машины.

В распоряжении автоматических устройств должны быть такие факторы, как распределение температуры, варьирование скорости и т. п. На основе автоматического вычисления величины K или подобной величины вслед за некоторым периодом, в течение которого проводится простой проявительный анализ, на слой адсорбированного вещества будет автоматически подаваться температурное поле с обратным градиентом, величина которого будет автоматически меняться в зависимости от времени, причем K будет непрерывно возрастать.

Поступило
8 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] П. Шуфтан, Газовый анализ в технике, Харьков, 1933. [2] Г. Г. Григорьев, М. И. Суббота, Н. М. Туркельтауб, Б. П. Ясенев, Газовая, газокерновая съемки и анализ газа, 1954. [3] A. Eucken, H. Knick, Brennstoff Chem., 17, 241 (1946). [4] C. Berg, Trans. Am. Inst. Chem. Eng., **42**, 665 (1946). [5] А. А. Жуховицкий, Н. М. Туркельтауб, Т. В. Георгиевская, ДАН, **92**, 937 (1953). [6] А. А. Жуховицкий, Н. М. Туркельтауб, ДАН, **94**, 77 (1951). [7] E. Glueckauf, Trans. Farad. Soc., **51**, 34 (1955). [8] C. G. S. Phillips Gas Chromatography, London, 1956. [9] M. R. Hoare, J. H. Purnell, Trans. Farad. Soc., **52**, 222 (1956). [10] A. K. Wiebe, J. Phys. Chem., **60**, 685 (1956). [11] Н. М. Туркельтауб, В. П. Шварцман, ЖФХ, **27**, 1827 (1953). [12] А. А. Жуховицкий, Н. М. Туркельтауб, Усп. хим., **35**, 7, 859 (1956). [13] Н. М. Туркельтауб, Тр. Комиссии по анал. химии, Изд. АН СССР, **6**, 147 (1955). [14] А. А. Жуховицкий, Е. В. Вагин, С. С. Петухов, ДАН, **102**, 771 (1955).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

К. Г. КРАСИЛЬНИКОВ, В. Ф. КИСЕЛЕВ и Е. А. СЫСОЕВ

К ВОПРОСУ О ПРИРОДЕ ПОВЕРХНОСТИ ДЕГИДРАТИРОВАННОГО СИЛИКАГЕЛЯ

(Представлено академиком М. М. Дубининым 4 V 1957)

Исходя из принципов построения атомной структуры кремнезема и силикатов, в работе ([1]) было указано, что при термической дегидратации кремнезема возможно образование поверхности, содержащей избыток атомов кислорода сверх стехиометрического отношения. Некоторые экспериментальные данные, подтверждающие это соображение, приведены в работе ([2]). Можно было ожидать, что такая поверхность будет обладать окислительными свойствами. Уже давно нами было замечено, что при адсорбции прокаленным на воздухе силикагелем ряда органических веществ, дающих цветные продукты окисления, силикагель окрашивался, причем интенсивность окраски увеличивалась по мере увеличения температуры прокаливания. Представляло интерес провести количественные определения окислительной способности поверхности силикагеля в зависимости от температуры его прокаливания.

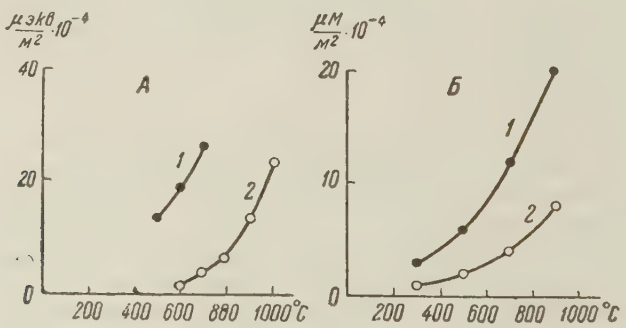
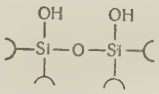


Рис. 1. Окислительная способность (*А*) и сорбция кислорода (*Б*) силикагелями КСК-2 (*1*) и К-2 (*2*) в зависимости от температуры их прокаливания

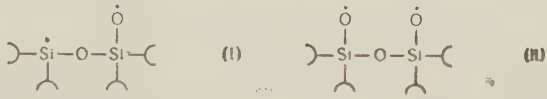
В качестве объектов исследования мы использовали образцы крупнопористого силикагеля КСК-2 (S = 400 м²/г) и К-2 (S = 695 м²/г), подробно изученные ранее в работах ([3-5]). Определение удельной поверхности всех образцов производилось по методу БЭТ из изотерм адсорбции паров азота при температуре его кипения. Количественно окислительная способность силикагеля определялась путем титрования 0,01 N раствором гипосульфита йода, выделившегося из подкисленного раствора KJ при погружении в него данного образца силикагеля. На рис. 1 *А* представлены результаты измерений окислительной способности единицы поверхности силикагелей, прокаленных при разных температурах на воздухе одновременно с образцами, использованными в работе ([3]). Как следует из полученных данных, окислительная способность поверхности очень мала, число окислительных эк-

вивалентов на три порядка меньше числа эквивалентов ОН-групп на той же поверхности ([3]). Из рис. 1 *А* видно, что окислительная способность поверхности различна для образцов разной степени гидратации: она больше для образца КСК-2 с меньшей величиной удельной поверхности и с большей гидратацией. Число окислительных эквивалентов растет для каждого из образцов по мере увеличения температуры прокаливания.

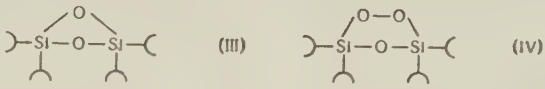
При термической дегидратации в вакууме элемента гидратированной поверхности кремнезема:



возможно образование следующих поверхностных радикалов или свободных валентностей ([1]):



сопровождающееся выделением воды (I) или водорода (II). Масс-спектроскопическими исследованиями процесса дегидратации силикагеля (образец К-2), а также химическим анализом ([6-7]) неконденсирующегося жидким воздухом газа было установлено, что помимо воды, в продуктах, выделяющихся при дегидратации кремнезема, присутствует водород. Падение адсорбционной активности при дегидратации силикагеля в вакууме ([8]) указывает, что большая часть свободных радикалов, по-видимому, замыкается:



При дегидратации поверхности в атмосфере какого-либо газа (А) взаимодействие молекул этого газа с активными центрами поверхности может привести к поверхностям совсем иного рода, чем (I—IV), например:

Таким образом, в случае термической дегидратации кремнезема на воздухе, как это делалось в работах ([3-5]), возможная адсорбция азота и кислорода приводит к поверхности, существенно отличающейся от поверхности, полученной в вакууме.

Для выяснения этих вопросов мы провели количественные измерения адсорбции азота и кислорода на дегидратированных в условиях глубокого вакуума силикагелях. Измерение адсорбции проводилось объемным методом. Образец силикагеля помещался в кварцевую ампулку и после предварительной тренировки при 300° прокаливался при заданной температуре до постоянного вакуума, затем в ампулку впускалась заготовленная порция исследуемого газа и при 20° проводились соответствующие измерения. Как показали наши опыты, азот при этих условиях в пределах точности измерений ($1 \cdot 10^{-4}$ $\mu M/м^2$) не адсорбируется. В случае кислорода (рис. 1*Б*), поверхность силикагеля, дегидратированного в вакууме при температурах от 300 до 900°, заметно адсорбирует кислород, причем количество сорбированного кислорода возрастает с повышением температуры прокаливания. Малая величина адсорбции кислорода, который, по-видимому,

адсорбируется на поверхностных радикалах, указывает, что число последних невелико. Очевидно, что окислительные свойства поверхности кремнезема проявляются за счет элементов (II) и (VI) при гидратации последних. Сравнение данных по окислительным свойствам поверхности и адсорбции на ней кислорода для одних и тех же образцов и температур их обработки показывает, что во всех исследованных случаях число окислительных эквивалентов вдвое больше числа молей адсорбированного кислорода. Симбатный характер изменения окислительной способности поверхности и адсорбции на ней кислорода свидетельствует о том, что за то и другое явление, вероятно, ответственны одни и те же центры поверхности. Если такими центрами для адсорбции кислорода являются элементы поверхности (II), то, очевидно, должна существовать определенная зависимость между количеством водорода, выделившегося с поверхности при ее дегидратации, и количеством адсорбированного на ней кислорода. При этом, однако, следует иметь в виду, что количество выделившегося водорода может превышать количество адсорбированного кислорода за счет исчезновения некоторого количества образовавшихся радикалов в результате сокращения поверхности при прокаливании, а также благодаря замыканию связей с образованием элементов поверхности (IV). Предварительные опыты, проведенные путем прокаливания в вакууме вплоть до 800° заранее откачанных при 300° образцов силикагеля, показали, что количество выделяющегося при этом водорода, считая за таковой газ, невымерзающий при температуре жидкого азота ([6,7]), превышает в 2—3 раза количество адсорбированного затем на этой же поверхности кислорода.

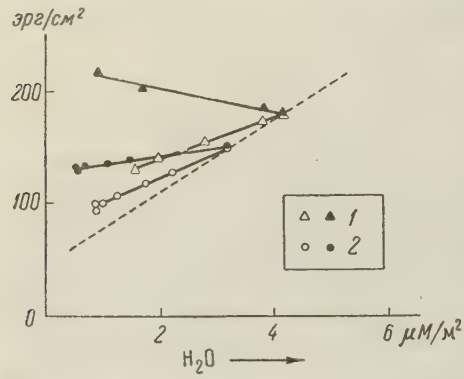


Рис. 2. Теплоты смачивания силикагелей КСК-2 (*1*) и К-2 (*2*), прокаленных на воздухе (белые точки) и в вакууме (черные точки), в зависимости от гидратации их поверхности. Пунктирная линия — данные, соответствующие стандартной обработке поверхности силикагелей ([3])

Ранее проведенные исследования ([9]) показали, что при облучении кремнезема ультрафиолетовым светом на его поверхности происходит образование свободных валентностей (схема II), являющихся центрами адсорбции для кислорода. Наши измерения фотодесорбции и последующей адсорбции кислорода после облучения силикагеля К-2 светом от ртутной лампы ПРК-4 полностью подтвердили эти результаты. Действие коротковолнового излучения и термическая дегидратация приводят, по-видимому, в итоге к одной и той же по своим свойствам поверхности. В противоположность ([10]), свободные радикалы могут образовываться не только в результате облучения, но и при прокаливании кремнезема в вакууме.

В связи с наличием на поверхности кремнезема, дегидратированного в вакууме, адсорбционных центров высокой активности, энергетические свойства таких образцов должны отличаться от соответствующих свойств образцов, прокаленных на воздухе. С этой целью мы исследовали теплоты смачивания водой силикагелей, прокаленных в вакууме при разных температурах, вплоть до 800°. Прокаливание силикагеля осуществлялось в кварцевой ампуле, соединенной со стеклянной гребенкой с припаянными к ней ампулками для определения структурной воды, удельной поверхности и теплот смачивания. Гребенка отпаивалась от вакуумной установки и силикагель в вакууме рассыпался по ампулкам, которые затем отпаивались. Из полученных данных, приведенных на рис. 2, видно, что оба силикагеля после прокаливания в вакууме дают бóльшую теплоту смачивания, чем те же образцы, прокаленные на воздухе ([3]). Разница между теплотой смачивания образцов, прокаленных на воздухе

и в вакууме, значительно больше для силикагеля КСК-2, обладающего бо́льшим числом активных центров, чем силикагель К-2, в соответствии с данными по окислительной способности и адсорбции кислорода (см. рис. 1). Теплота смачивания силикагеля КСК-2, в противоположность случаю прокаливания его на воздухе, растет по мере дегидратации поверхности. Отсюда следует, что на дегидратированной в вакууме поверхности силикагеля образуются центры с более высокой адсорбционной активностью, чем ОН-группы.

Полученные нами данные согласуются с выводами авторов работ ([11],[12]), в которых на основании исследования инфракрасных спектров адсорбированной воды на пористом стекле, прокаленном в вакууме, были установлены центры высокой активности (центры второго типа). Необходимо отметить, что различие между поверхностями, полученными при дегидратации силикагеля на воздухе и в вакууме, не исчерпывается лишь центрами, на которых происходит адсорбция кислорода, а распространяется, по-видимому, и на другие участки дегидратированной поверхности. Исследование этих вопросов будет предметом отдельного сообщения.

Авторы выражают глубокую благодарность А. Н. Теренину за интерес к этой работе и ценные советы, а также Б. В. Ильину за ее поддержку.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
26 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] W. A. Weyl, Res., **3**, 230 (1950). [2] E. A. Hauser, D. S. Le Beau, P. P. Pevear, J. Phys. and Coll. Chem., **55**, 68 (1951). [3] М. М. Егоров, К. Г. Красильников, Е. А. Сысоев, ДАН, **108**, 103 (1956). [4] М. М. Егоров, К. Г. Красильников, В. Ф. Киселев, Н. В. Капитонова, Е. А. Сысоев, ЖФХ, **31**, 1448 (1957). [5] М. М. Егоров, Т. С. Егорова, В. Ф. Киселев, К. Г. Красильников, ДАН, **114**, № 3 (1957). [6] L. Miller, Koll. Zs., **142**, 117 (1955). [7] W. Stöber, Koll. Zs., **145**, 17 (1956). [8] С. П. Жданов, Поверхностные химические соединения и их роль в явлениях адсорбции, М., 1957, стр. 129. [9] А. Н. Теренин, Сборн. Проблемы кинетики и катализа, **8**, 17 (1955). [10] А. В. Киселев, Там же. [11] В. А. Никитин, А. Н. Сидоров, А. В. Карякин, ЖФХ, **30**, 117 (1956). [12] А. Н. Сидоров, ЖФХ, **30**, 995 (1956).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

А. И. АНДРИЕВСКИЙ, И. Д. НАБИТОВИЧ и П. А. КОЦЮМАХА

О СТРУКТУРЕ ТОНКИХ ПЛЕНОК ЛАБОРАТОРНЫХ СТЕКОЛ

(Представлено академиком Н. В. Беловым 11 VI 1957)

Вопросам строения стекла посвящено большое число оптических, рентгенографических, электронографических и других видов исследований. Результатом их явилось развитие кристаллитной гипотезы и гипотезы ближнего порядка, которое в настоящее время привело к единой точке зрения по вопросу о пространственной упорядоченности в расположении атомов в стеклах, отражающей наличие химических связей ([1]).

Однако кристаллитная структура стекол непосредственно никем не наблюдалась, хотя Л. А. Афанасьев ([2]) на препаратах промышленных стекол в виде порошков получил электронограммы с резкими линиями метабората натрия, кристобалита и тридимита, характерными для кристаллических веществ.

На электронном микроскопе ЭМ-3 нами проведено электронномикроскопическое и электронографическое исследование большого числа тонких пленок кварцевого, пирексового, молибденового, иенского, свинцового и белого стекол.

Такие пленки приготовлялись путем раздувания соответствующих стеклянных трубок в пламени кислородной горелки. Для электронномикроскопического исследования выбирались участки пленок площадью 4 мм^2 и толщиной от 100—200 до 1500 Å. Толщина пленок от 1000 до 1500 Å определялась по интерференционной картине, а меньше 1000 Å — приблизительно по изменению интенсивности просвечивания при одинаковых условиях режима работы электронного микроскопа. Приготовленные таким способом образцы укреплялись непосредственно на медные сетки. Электронномикроскопическое исследование проводилось при напряжении 40 кв и токе 10—20 μа.

Выяснилось, что тонкие пленки различных многокомпонентных стекол имеют различную кристаллическую структуру и особенно богатую разновидность дендритов. На рис. 1 приведены отдельные микрофотографии структуры тонких пленок лабораторных стекол.

Следует отметить, что различные формы кристалликов и дендритов часто получаются на различных участках одного и того же образца. Это свидетельствует о том, что многие входящие в состав стекла компоненты в тонких пленках находятся в кристаллическом состоянии.

Величина кристалликов и дендритов увеличивается с увеличением толщины стеклянных пленок. Основной фон стеклянной пленки тоже мелкокристаллический: кристаллики становятся заметными при увеличении в 25000 раз. Размеры наблюдавшихся нами кристалликов изменялись от 10^{-5} до 10^{-3} мм; максимальная длина дендрита — порядка 0,1 мм. Упорядоченная часть исследованных пленок, хорошо заметная при увеличении в 6000 раз, составляет примерно 30% площади исследуемого образца. При повторном электронномикроскопическом исследовании тех же образцов после их выдержки на воздухе в течение 15—20 суток мы не обнаружили заметных структурных изменений.

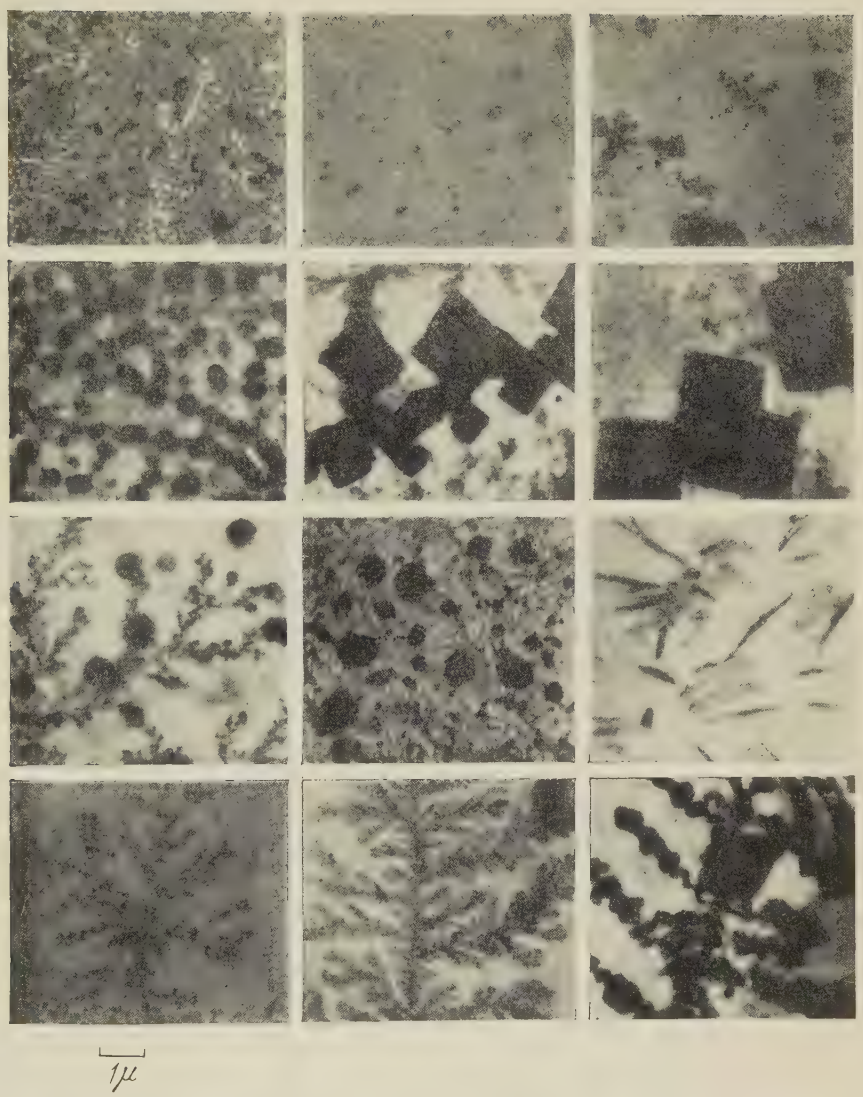


Рис. 1

а б в

Рис. 2

После электронномикроскопического исследования те же образцы исследовались электронографически в проходящем пучке электронов. Для определения $L\lambda$ одновременно с получением каждой электронограммы тонкой пленки стекла была получена электронограмма NaCl. На каждом образце получалось несколько различных электронограмм, в том числе и текстурных, соответствующих различным химическим соединениям входящих в состав стекла компонентов.

На рис. 2 приведены три электронограммы, полученные на одном и том же образце тонкой пленки белого стекла. Значения межплоскостных расстояний по электронограмме *а* хорошо совпадают с рентгенографическими значениями межплоскостных расстояний $3CaO \cdot Al_2O_3$ ([3]). Электронограмма *б* отвечает соединению $Ca\,SiO_3$. Нетекстурная электронограмма, аналогичная электронограмме *в*, отвечает соединению Ca_3SiO_5. Такая же электронограмма была получена на отдельно приготовленном препарате Ca_3SiO_5.

Электронограмма, полученная на тонкой пленке кварцевого стекла, соответствует α-кварцу. На других электронограммах белого и остальных стекол были обнаружены линии, соответствующие тридимиту, кристобалиту и метаборату натрия. Кроме того, на образцах белого стекла получены электронограммы металлического кальция.

Такие же электронограммы получаются на образцах, которые после изготовления сразу же подвергаются электронографическому исследованию.

На очень тонких образцах и образцах толщиной более 1500 Å электронограммы получаются с тремя размытыми максимумами.

Электронограммы, соответствующие наличию углекислых солей натрия, которые получены Г. О. Багдыкьянцем на препаратах стекла в виде порошка 141, на тонких пленках исследуемых нами стекол не наблюдались.

Львовский
политехнический институт

Поступило
26 III 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Тр. совещания по строению стекла, Строение стекла (23—27 ноября 1953 г.), Изд. АН СССР, 1955. [2] Л. А. Афанасьев, Строение стекла, Изд. АН СССР, 1955, стр. 224. [3] А. И. Китайгородский, Рентгеноструктурный анализ мелкокристаллических и аморфных тел, 1952. [4] Г. О. Багдыкьянц, Стекло и керамика, **4**, 9 (1956).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ГЕОЛОГИЯ

А. Р. АНАНЬЕВ и М. И. ГРАЙЗЕР

О ФЛОРЕ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ ДЕВОНА И КАРБОНА В МИНУСИНСКОЙ КОТЛОВИНЕ

(Представлено академиком С. И. Мироновым 18 V 1957)

В настоящей статье дается характеристика флоры пограничных слоев девона и карбона, отобранной из нескольких надежно увязанных между собой разрезов Минусинской котловины (рис. 1).

В исследуемом районе разрез верхнего девона завершается тубинской свитой, представленной красноцветными, в основном терригенными поро-

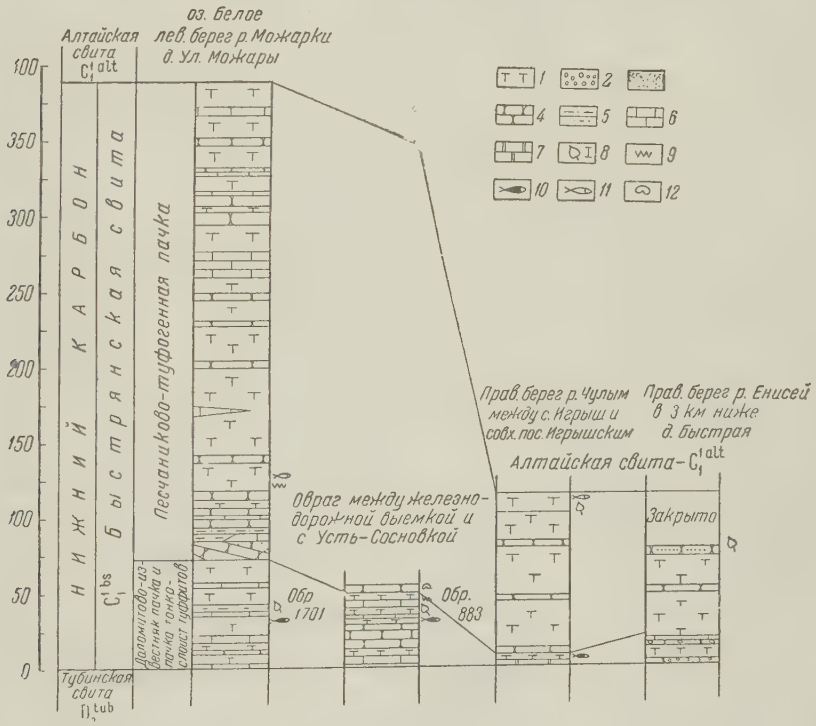


Рис. 1. Сопоставление некоторых разрезов быстрянской свиты Минусинской котловины: *1* — туфы и туффиты; *2* — конгломераты; *3* — гравелиты; *4* — песчаники; *5* — алевролиты; *6* — известняки; *7* — доломиты; *8*—растительные остатки; *9* — пелециподы; *10* — остатки рыб изыкчульского горизонта быстрянской свиты; *11* — остатки рыб песчаниково-туфогенного горизонта быстрянской свиты; *12* — филлоподы

дами, содержащими верхнедевонский комплекс рыб Bothriolepis sibirica Obr., Megistolepis klementzi Obr. и др. ([3]). Из ископаемых растений для этой свиты характерны следующие формы: Archaeopteris Halliana (Goepp.) Dawson, A. obtusa Lesquereux, A. hibernica (Forbes) sp., A. latifolia Arnold, Archaeopteris sp., Moresnetia Zalesskyi stockm. и др.

Тубинская свита повсеместно перекрывается быстрянской свитой, которой большинство исследователей начинают нижний карбон ([2]). Последняя

сложена серыми, обычно с желтоватым, иногда зеленоватым оттенком туфами, туффитами и песчаниками, которым подчинены прослои известняков и доломитов. В самом основании свиты часто встречаются конгломераты и гравелиты. Контакт быстрянской и тубинской свит обычно очень четкий и часто со следами размыва.

По литологическим признакам и фауне быстрянская свита подразделяется на три пачки (снизу): доломитово-известняковую, пачку тонкослоистых туфов и туффитов и песчаниково-туфогенную пачку. Для средней пачки характерно содержание большого количества чешуй и костей рыб Acanthodes lopatini Rohon, Girolepidotus schmidti Rohon, Ganolepis gracilis Woodw. (так называемый изыкчульский рыбный горизонт). Для верхней пачки характерны рыбы: Strepsodus siberiacus Chab., Rhisodopsis savenkovi Obr., и Platysomus sp. (?). Д. В. Обручев (3) указывает, что ихтиофауна обеих пачек «типично нижнекаменноугольная».

В нижней части верхней пачки также встречается фауна брахиопод, пелеципод и остракод, в других областях характерная то для самых верхов фаменского яруса, то для нижних горизонтов турне. Несомненно, что такой смешанный девонско-каменноугольный состав части фауны быстрянской свиты указывает на самый раннекарбоновый ее возраст.

Вполне выясненное стратиграфическое положение быстрянской свиты, достаточно обоснованное (по фауне и общегеологическим соображениям) ее положение в основании турнейского яруса нижнего карбона придает особое значение содержащейся в ней ископаемой флоре.

Рассмотрим флору четырех местонахождений из этой свиты. Из них первые два приурочены к ее нижней части (пачка тонкослоистых туффитов), последние два — к верхней (песчаниково-туфогенной) пачке свиты

1. Можарское местонахождение (образец № 1701 из коллекции М. И. Грайзера) расположено в крайней юго-западной части Назаровской впадины, в районе оз. Белое, по левому берегу рч. Можарки, в овраге напротив южного края д. Улус-Можары.

Единственный образец происходит из зелено-лиловой пачки переслаивания алевролитов и туффитов с подчиненными прослоями известняков, мощностью 55 м, залегающей приблизительно на 20 м выше контакта быстрянской и тубинской свит. В этой же пачке непосредственно ниже и выше флороносного слоя встречена чешуя рыб изыкчульского горизонта Acanthodes lopatini Rohon. В верхней части упомянутой пачки также найдены единичные чешуйки Strepsodus siberiacus Chab. Общая мощность быстрянской свиты в данном разрезе составляет около 350 м. Образец имеет хорошую сохранность и позволяет уверенно определить Cyclostigma kiltorkense Haughton.

2. Ужурское местонахождение расположено в пограничной полосе двух впадин: Назаровской и Северо-Минусинской, в 6 км севернее ст. Ужур в овраге, примерно посредине между железнодорожной выемкой и д. Усть-Сосновка.

Флора здесь приурочена к зеленовато- и желтовато-серым туфам и песчаникам, залегающим непосредственно выше пачки тонкослоистых и листоватых туффитов, содержащих характерную ихтиофауну изыкчульского горизонта (Acanthodes lopatini Rohon и др.). Контакт быстрянской свиты с тубинской наблюдается здесь приблизительно на 30—35 м ниже (по мощности) слоев с флорой. Более высокие горизонты быстрянской свиты в этом разрезе не обнажаются. Однако, учитывая, что флороносные слои располагаются здесь непосредственно над изыкчульским горизонтом, а также и то, что полная мощность всей быстрянской свиты в близлежащих разрезах составляет несколько сотен метров (например, в Можарском разрезе около 400 м), можно с уверенностью считать, что в данном разрезе, как и в Можарском, изученная флора происходит из самых древних горизонтов быстрянской свиты.

В большой коллекции, собиравшейся тремя лицами и в разное время

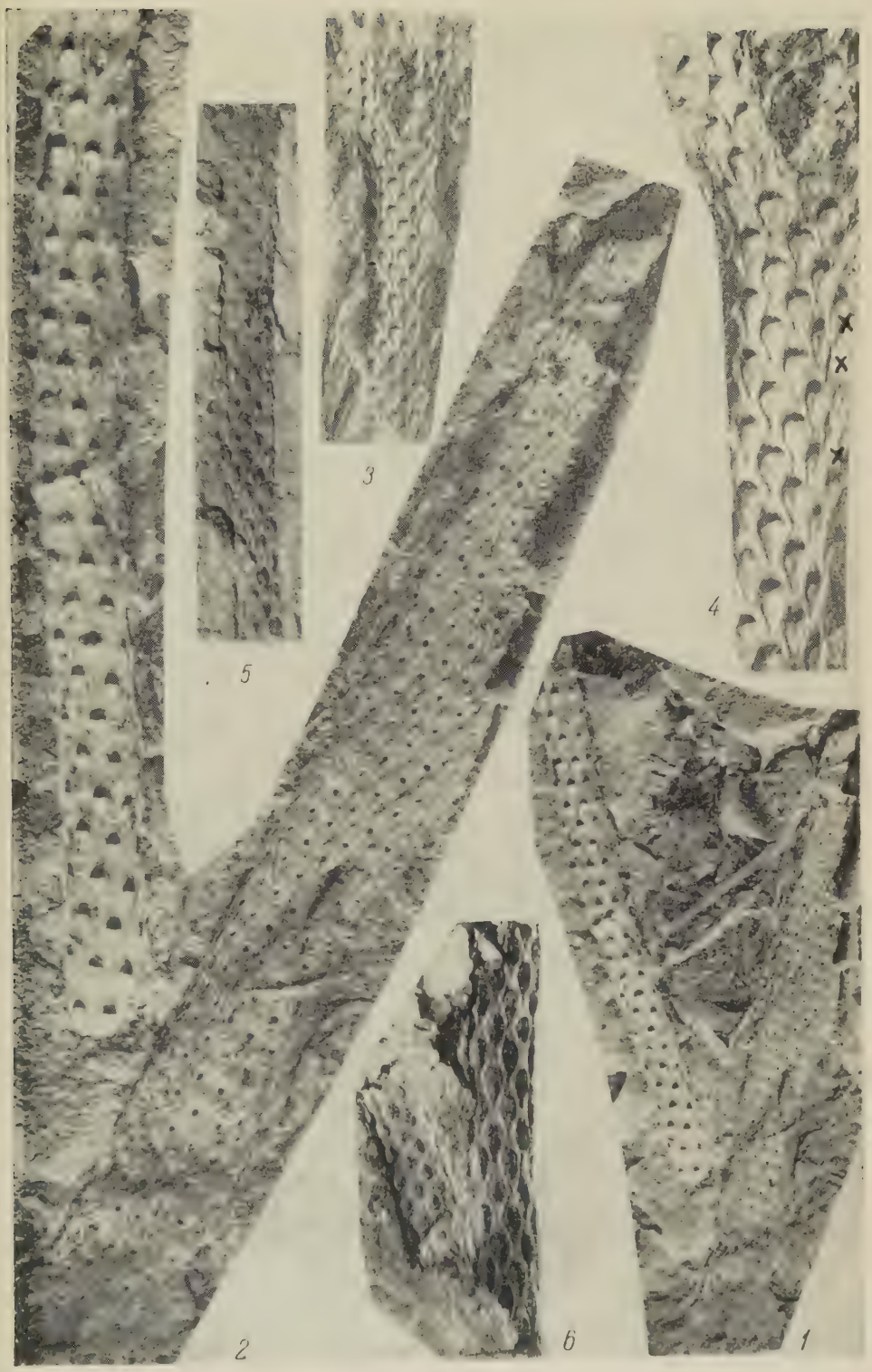


Рис. 2. Sublepidodendron igrischense Ananiev sp. nov. из Игрышинского месторождения: *1* — слева отпечаток ткани кожицы, видимой с внутренней стороны, справа стадия сохранения аспидиария, 1×; *2*—то же 2×; *3* — стадия сохранения бергерия, видимая с внутренней стороны; 1×; *4*—то же, 2,5×; *5* — стадия сохранения аспидиария, 1×; *6* — отпечаток слоя коры (справа), примыкающий к стадии сохранения кнорриа (слева), 1×. Крестиками отмечены ряды листовых подушек на которых видны окаменевшие сосочки от лигуловой ямки

(Э. А. Егановым и авторами), определены Cyclostigma kiltorkense Haughton, C. carneggianum (Hr.) Nath., Sphenophyllum subtenerrimum Nath.

3. Игрышинское местонахождение расположено в Северо-Минусинской впадине, в сухом логу на правом берегу р. Чулым, западнее совхозного поселка Игрышинский (Новоселовский район).

В большом количестве в прекрасной сохранности флора находится здесь в плитчатых туффитах, в которых, помимо ископаемых растений, встречается значительное число чешуй рыб Strepsodus siberiacus Chab. Последние наиболее характерны для верхов быстрянской свиты. Положение флороносных слоев в самых верхах быстрянской свиты подтверждается также выходами в 200 м ниже по оврагу и в направлении падения слоев вышележащей алтайской свиты. С другой стороны, приблизительно в 5 км выше по р. Чулым, по направлению очень полого воздымающихся слоев, имеется обнажение контакта пород верхнего девона и нижнего карбона с характерным для каждого из этих отделов комплексом рыб. Нижнекаменноугольные слои охарактеризованы здесь остатками нижнего (изыкчульского) рыбного горизонта быстрянской свиты.

Растительные остатки сохранились почти исключительно в виде отпечатков без органического вещества и имеют иной видовой состав, чем в нижнем горизонте свиты из местонахождений 1 и 2. Наиболее типичными растениями здесь являются: Sublepidodendron igrischense Ananiev sp. nov., Asterocalamites scrobiculatus (Schloth.) Zeiller, Sphenophyllum subtenerrimum Nath., Rhacophyton incertum (Dn.) Kr. et W., Aneimites acadica Dn.

На рис. 2 приведены умышленно не ретушированные фотографии образцов Sublepidodendron igrischense sp. nov., показывающие различные состояния сохранности коры мелких стволиков этого растения — от ткани кожицы (*1*, *2*, слева) и стадии бергерия (*3*, *4*), видимых с внутренней стороны, через несколько отслоений стадии аспидиария (*1*, *2*, справа, *5*) до слоя, примыкающего к стадии кноррия (*6*). Эти особенности расслаивания коры, наличие лигуловой ямки, сохранившейся в виде окаменевших сосочков на внутренней стороне кожицы (*2*, слева, *4*), и ромбическая форма листовых подушек приближают это растение к роду Lepidodendron. Однако расположение листовых подушек носит промежуточный характер между родами Lepidodendropsis Lutz. и Lepidodendron Sternb. Неопадающая листва затруднила выяснение строения листового рубца, но совокупность всех признаков указывает на то, что он, вероятно, был устроен проще, чем у настоящих лепидодендраций, и, возможно, был таким, как у Sublepidodendron (Nath.) Hirmer.

4. Быстрянское местонахождение расположено в Южно-Минусинской впадине, на правом берегу р. Енисей, в 3 км ниже д. Быстрая.

Здесь, непосредственно в стратотипе быстрянской свиты, в туфогенно-песчаных образованиях верхней части свиты, А. Р. Ананьевым было обнаружено несколько отпечатков каламитоидных стволов с отчетливыми узловыми линиями, которые можно уверенно рассматривать как Asterocalamites scrobiculatus (Schloth.).

Выводы 1. В литологически единой быстрянской свите основания турнейского яруса Минусинской котловины имеется два флористических горизонта: нижний, в общих чертах охватывающий доломитово-известняковую пачку быстрянской свиты и пачку тонкослоистых туффитов,— охарактеризован Cyclostigma kiltorkense, C. carneggianum и Sphenophyllum subtenerrimum; верхний, примерно соответствующий основной по мощности песчаниково-туфогенной пачке быстрянской свиты, — содержит следующие формы: Sublepidodendron igrischense, Asterocalamites scrobiculatus, Sphenophyllum subtenerrimum, Rhacophyton incertum, Aneimites acadica.

Если нижний горизонт еще состоит из форм, характерных для верхнего девона, по-видимому для самых его верхов, то верхний содержит в себе как девонские, так и уже несомненно каменноугольные формы.

Верхнему флористическому комплексу быстрянской свиты целесообразно

присвоить собственное название флора Sublepidodendron, или сублепидодендроновая флора, поскольку широко распространенное и присущее только этому комплексу растение Sublepidodendron igrischense по своим признакам и стратиграфическому положению вполне укладывается в известные филогенетические схемы мелколистных, в которых подобный круг форм обозначен как Sublepidodendron, или сублепидодендрацеи ([4,5]).

2. На границе девона и карбона в Минусинской котловине намечается самая непрерывная последовательность смены флор от флоры Archaeopteris верхов тубинской свиты (верхи фаменского яруса) через зону Acanthodes lopatini — Cyclostigma kiltorkense нижней части быстрянской свиты (самые низы турнейского яруса), сохраняющей еще типично верхнедевонский тип флоры, к флоре Sublepidodendron верхней части быстрянской свиты (зона Strepsodus siberiacus — Sublepidodendron igrischense) со смешанной девонско-каменноугольной флорой и еще далее к типичной кульмской флоре Lepidodendron самохвальской свиты, относимой к основанию визейского яруса.

3. По флоре Cyclostigma нижняя часть быстрянской свиты (доломитово-известняковая пачка и пачка тонкослоистых туфов) стратиграфически довольно точно сопоставляется с таннской граувакково-сланцевой толщей и кварцитовым горизонтом аккер-брухбергской серии в Гарце, которые по найденной морской фауне имеют нижнетурнейский возраст (ярус Gattendovfia) ([9]).

Флора Sublepidodendron верхней песчаниково-туфогеновой пачки быстрянской свиты по своему уровню развития может быть сопоставлена в общих чертах с ранненижнекарбоновой флорой Lepidodendropsis — Rhacopteris — Triphyllopteris ([10]) Центральной Европы (флора Гейген у Хофа в Баварии) ([6]), Египта ([10]), Северной Америки (флора Поконо) ([7]), Китая (флора серии Wutung) ([8]) и др. Будущие исследования, вероятно, позволят уточнить взаимное стратиграфическое положение перечисленных флор, имеющих турнейский возраст.

Томский государственный университет,
Союзная геолого-поисковая контора

Поступило
2 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Атлас руководящих форм ископаемых фауны и флоры Западной Сибири, **1**, 1955. [2] М. И. Грайзер, Д. В. Обручев, А. Н. Сокольская, ДАН, 98, № 5 (1954). [3] Д. В. Обручев, Вопросы геологии Азии, 1954. [4] R. Kräusel, H. Weyland, Senckenbergiana, **30**, № 1/3 (1949). [5] R. Kräusel, Versunkene Floren, Frankfurt a. M., 1950. [6] J. Lutz, Palaeontographica, **78**, B (1933). [7] W. Jongmans, W. Gothan, W. C. Darrah, C. R. 2 Congr. Carbon. Heerlen, 1935, **1**, 1937. [8] H. C. Sze, Sci. Sinica, **5**, № 1 (1956). [9] W. Schwan, Abh. Geol. Landesanst., Berlin, H. 216 (1950). [10] W. J. Jongmans, 3 Congr. de Strat. et de Geol. du Carbonifère, Heerlen, 1951.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ГЕОЛОГИЯ

В. И. БОДЫЛЕВСКИЙ

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ИНОЦЕРАМОВ В ВЕРХНЕМ МЕЛУ СЕВЕРНОЙ СИБИРИ

(Представлено академиком Д. В. Наливкиным 25 V 1957)

В течение двадцати лет, начиная с 1935 г., в распоряжение автора поступали палеонтологические сборы экспедиций, работавших в районе нижнего течения р. Енисея.

Как известно, Ф. Б. Шмидт, впервые открывший коренные выходы мезозоя в рассматриваемом районе (во время своей экспедиции за мамонтом) и обработавший собранные им и И. А. Лопатиным палеонтологические материалы, был склонен относить енисейский мезозой к неокому ([5],[6]). Определениями Шмидта надолго установилось в литературе представление о нижнемеловом возрасте иноцерамовых слоев р. Енисея ([1],[4]). Последующее изучение новых коллекций из этого же района показало, что определения Ф. Б. Шмидта нуждаются в коренном пересмотре. Произведенный автором пересмотр этих определений, с учетом большого нового материала, дает возможность утверждать, что иноцерамовые слои низовьев р. Енисея относятся не к нижнему, а к верхнему мелу; причем большая часть изображенных Ф. Б. Шмидтом ископаемых (из районов р. Чайки и Прилучья) относится, по-видимому, к верхнему турону — коньяку.

Списки палеонтологических определений стратиграфические выводы автора использованы составителями всех геологических отчетов и сводок по этому району. Однако, к сожалению, эти выводы о возрасте енисейского мезозоя не получили широкого распространения, а работа Ф. Б. Шмидта ([5]), описывающая, по существу, верхнемеловые ископаемые, до самого последнего времени не принималась во внимание и не цитировалась никем из палеонтологов, занимающихся изучением верхнемеловых фаун.

Так как списки определений верхнемеловых фаун Северной Сибири до сих пор нигде не были опубликованы полностью, мы приводим их ниже по важнейшим местонахождениям.

Список верхнемеловых фаун Северной Сибири

1. Р. Пура (приток р. Пясины), колл. В. Н. Сакса, 1942—1943. Inoceramus cf. labiatus Schloth., I. cf. latus Sow.

2. Район р. Чайки, колл. Г. Е. Рябухина (1936—1937), В. Н. Сакса (1946), С. Л. Троицкого (1952) и др.

Borissiakoceras (?) sp. (aff. mirabile Arkh.), Scaphites sp. (aff. ventricosus M. et H.), Placenticeras sp. indet. juv., Actinocamax cf. intermedius Arkh., Inoceramus lamarcki Park., I. interruptus Schm., I. pseudocancellatus sp. n., I. subalatus nom. n., I. aff. subalatus nom. n., I. crassicollis sp. n., I. cf. hoepeni Heinz, I. subtrigonalis sp. n., I. renngarteni sp. n., I. aff. percostatus Müll., I. koegleri Andert, varietas, I. aff. woodsi Boehm., I. cf. sturmi Andert., I. septentrionalis sp. n.*, I. troitsckii sp. n.*, I. tschaïkae sp. n.*, Nucula cf. striatula Roem., Leda semilunaris Buch,

* Из самых верхних слоев разреза р. Чайки.

Lopatinia jenisseae Schm.*, Mytilus lanceolatus Sow., Cyprina eichwaldi Schm., C. jenisseae Schm., Astarte schmidti sp. n. (=A. veneris Schm., non Eichwald), Protocardia concinna Schm., Mactromya (?) sp. indet., Alaria sotnikowi Schm., Natica cf. ewyna Schm. (non Orbigny), Turritella sp. indet., Scalpellum cf. fossula Darw.

3. Урочище Прилучье, колл. Г. Е. Рябухина (1936—1937) и В. Н. Сакса (1946).

а) Inoceramus pictus Sow. (из осыпи).

б) Inoceramus inaequivalvis Schlüt., Lopatinia jenisseae Schm., Mytilus lanceolatus Sow. (в гальке близ ручья Воронцовского).

в) Inoceramus russiensis Nik., I. sachsi sp. n., I. cf. interruptus Schm., I. subalatus nom. n., Corbicella (?) rjabuchini sp. n., Alaria sotnikowi Schm., остатки панцыря ракообразных.

4. Район устья р. Яковлевой, колл. А. П. Пуминова, 1948.

Inoceramus subinvolutus sp. n., I. sachsi sp. n., Alaria timotheana Schm. (non Pictet et Roux), Capulus cf. cassidarius Yokoyama.

5. Северный берег Зап. Таймыра, колл. Е. М. Люткевича.

Inoceramus lamarcki Park. (типичная форма).

6. Скважина № 2 на р. Яковлевой.

Inoceramus pachti Arkh. — глубина 102,8 — 108,8 м, Inoceramus subalatus nom. n., Mucula sp. indet. (глубина 342 — 342,3 м).

7. Р. Соленая (левый приток р. Енисея против Усть-Енисейского порта) из валунов, колл. Д. К. Александрова.

Oxytoma tenuicostata Roem., Inoceramus alexandrovi Bodul., Cyprina (?) sp. indet.

8. Р. Танама, колл. И. Е. Ширяева, 1939.

Inoceramus patootensis Lor., I. patootensis Lor. var. tanamaensis nov. и aff. var. angusta Beyenb., I. lingua Goldf., I. aff. steenstrupi Lor. (форма, промежуточная между I. steenstrupi и I. patootensis), Oxytoma cf. tenuicostata Roem., Cucullaea sp. indet., Alaria cf. sotnikovi Schm.,

9. Р. Танама, колл. В. Д. Дибнера, 1948.

а) выше м. Углового: Inoceramus cf. patootensis Lor., I. aff. patootensis Lor., Capulus sp. n. (aff. annulatus Yokoyama), Alaria sotnikowi Schm., Natica aff. ervyna Orb., Vanicoro (?) cf. jenissensis Schm.

б) п. Соленая: Baculites cf. ovatus Say, Inoceramus patootensis Lor. var. tanamaensis nov., Cyprina ligeriensis Orb., varietas.

в) мыс Пирамида:

Inoceramus patootensis Lor., Lopatinia cf. jenisseae Schm.

10. Р. Енисей, ниже фактории Лодыгина, из валуна, колл. В. Н. Сакса, 1946.

Inoceramus pinniformis Will. var. jenisseensis n., I. aff. lobatus Goldf., Oxytoma cf. tenuicostata Roem., Gervillia rostrata Sow.

За пределами бассейна р. Енисея верхнемеловая фауна иноцерамов обнаружена в следующих районах:

11. Р. Хета в Таймырской низменности — по предварительному определению С. А. Доброва (2).

Inoceramus patootensis Lor. (с разновидностями), I. cf. geltingi Freb., I. digitatus Sow., I. cf. lingua Goldf., I. lobatus Schlüt. (с разновидностями). I. pinniformis Will., I. aff. orientalis Sok.

12. Пай-Хой, колл. О. Л. Эйнора.

Inoceramus steenstrupi Lor.

---

* «Lopatinia jenisseae» Krimh. (non Schmidt), описанная из бассейна р. Анабар (3), не относится к этому роду и виду и не может служить указанием на турон. По-видимому, это — верхневаланжинский вид Cucullaea arctica Bodyl.

Геологический возраст

Для определения геологического возраста приведенных фаунистических комплексов главное значение имеют иноцерамы. Исключительно интересны и важны фауны иноцерамов, собранные в низовьях р. Енисея. По обилию, разнообразию и великолепной сохранности иноцерамов из этих местонахождений они не имеют себе равных в пределах СССР.

Их значение для стратиграфии верхнемеловых отложений Северной Сибири усиливается тем, что в этой области находки аммонитов представляют (если не считать рода Baculites) исключительную редкость; притом эти редкие находки относятся либо к новым видам (как Borissiakoceras? aff. mirabile Arkh.), либо к родам и видам сравнительно большого вертикального распространения (Baculites и Scaphites). Редки также находки белемнитов. Для нашего севера эта последняя группа ископаемых пока не может иметь

Таблица 1

Стратиграфическое распространение иноцерамов в верхнем мелу Северной Сибири

	I	II	III	IV	V	VI	VII
Inoceramus cf. labiatus Schl.	×						
„ cf. latus Sow.	×						
„ pictus Sow.		×					
„ inaequivalvis Schlüt.			×				
„ lamarcki Park. (mun)					×		
„ lamarcki Park.				×			
„ interruptus Schm.				×	×		
„ pseudocancellatus sp. n.				×			
„ subalatus nom. n.				×	×		
„ aff. subalatus nom. n.				×			
„ crassicollis sp. n.				×			
„ crassicollis sp. n. var.				×			
„ cf. hoepeni Heinz				×			
„ subtrigonalis sp. n.				×			
„ renngarteni sp. n.					×	?	
„ aff. percostatus Müll.				×			
„ koegleri Andert. var.				×			
„ aff. woodsi Boehm.				×			
„ cf sturmi Andert.				×			
„ septentrionalis sp. n.					×		
„ troitskii sp. n.					×		
„ tschaïkae sp. n.					×		
„ russiensis Nik.					×		
„ sachsi sp. n.					×		
„ subinvolutus sp. n.					×		
„ cordiformis Sow. var. robusta n.				?	?	?	?
„ pachti Arkh.						×	
„ alexandrovi Bodyl.						?	×
„ patootensis Lor.							×
„ steenstrupi Lor.							×
„ aff. steenstrupi Lor.							×
„ lingua Goldf.							×
„ pinniformis Will.							×
„ pinniformis Will. var. jenisseensis n.							×
„ lobatus Goldf.							×
„ aff. lobatus Goldf.							×
„ cf. geltingi Freb.							×
„ digitatus Sow.							×
„ aff. orientalis Sok.							×

Примечание. Знаком × отмечено нахождение вида в одном из описываемых стратиграфических подразделений I — VII.

того стратиграфического значения, какое она давно приобрела для верхнего мела южных областей СССР.

По фауне иноцерамов мы можем выделить на севере Сибири следующие стратиграфические горизонты.

I — нижний турон — с Inoceramus cf. labiatus Schl. (р. Пура).

II — верхний сеноман — верхний турон — с Inoceramus pictus Sow.

III — верхний турон — с Inoceramus inaequivalvis Schlüt.

IV — верхний турон — коньяк. Сюда относится богатая и разнообразная фауна р. Чайки. Эта фауна, наряду с верхнетуронскими или близкими к ним видами, содержит ряд форм, близких к коньякским видам — таким, как Inoceramus percostatus Müll., I. koegleri Andert., I. kleini Müll. I. sturmi Andert. Не исключена возможность, что они целиком относятся к коньякскому ярусу. В этом случае, исходя из стратиграфического положения этой фауны (в разрезе Чайка — Прилучье) в слоях более низких, чем слои несомненно коньякского возраста, надо будет признать в коньякском ярусе Северной Сибири два подразделения: нижнее — с Inoceramus lamarcki., I. interruptus, I. crassicollis и верхнее — с Inoceramus russiensis, I. sachsi, I. subinvolutus и др. По-видимому, к этой верхней части относятся и Inoceramus septentrionalis sp. n., I. troitskii sp. n. и I. tschaïkae sp. n., найденные (Л. С. Троицким) в самых верхних слоях разреза р. Чайки.

V — коньяк — с Inoceramus russiensis Nik., I. sachsi sp. n., I. subinvolutus sp. n., I. lamarcki Park. (типичная форма). Лучшие выходы этого яруса находятся в урочище Прилучье.

VI — нижний сантон — с Inoceramus pachti Arkh. (скважина № 2 на р. Яковлевой).

VII — верхний сантон — с Inoceramus patootensis Lor., I. steenstrupi Lor., I. pinniformis Will., I. lingua Goldf., I. lobatus Goldf., Oxytoma tenuicostata Roem. Слои с фауной верхнего сантона имеют в Северной Сибири наиболее широкое распространение — от восточных частей Таймырской низменности до Пай-Хоя и переходят далее на запад за Урал — в бассейн р. Печоры. Следуя унифицированной схеме стратиграфии верхнемеловых отложений Русской платформы, мы относим зону Oxytoma tenuicostata к верхнему сантону. Однако нужно иметь в виду, что западноевропейскими стратиграфами принято относить эту зону уже к нижнем кампану, так как есть ряд указаний на нахождение Oxytoma tenuicostata в одних слоях с Gonioteuthis quadrata, т. е. в «квадратовом» мелу, принадлежащем уже к низам кампанского яруса (7).

Ленинградский горный
институт

Поступило
9 V 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. А. Борисяк, Геологический очерк Сибири, 1923. [2] Р. Ф. Гуголь, В. П. Петелин, Тр. Инст. геологии Арктики, 19, в. 2 (1951). [3] Г. Я. Крымгольц, Г. Т. Петрова, В. Ф. Пчелинцев, Тр. Инст. геологии Арктики, 45 (1953). [4] В. А. Обручев, Геология Сибири, 3, 1938. [5] F. Schmidt, Mém. Acad. Imp. Sci., 7, sér. 18, № 1 (1872). [6] F. Schmidt, Зап. Минер общ., 2 сер., 7 (1872). [7] E. Voigt, Geol. Jahrb., 68 (1954).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ГЕОЛОГИЯ

В. И. БУДАНОВ, А. Т. ВЛАДИМИРОВ, А. С. ИОНИН,
П. А. КАПЛИН и В. С. МЕДВЕДЕВ

СОВРЕМЕННЫЕ ВЕРТИКАЛЬНЫЕ ДВИЖЕНИЯ БЕРЕГОВ ДАЛЬНЕВОСТОЧНЫХ МОРЕЙ

(Представлено академиком А. А. Григорьевым 12 VI 1957)

В литературе встречается немало указаний на характер современных и новейших относительных перемещений береговой линии побережья Дальнего Востока и северо-востока СССР. Нередко в этих работах излагаются совершенно противоположные взгляды на скорость и направленность таких перемещений для одних и тех же районов. Так, например, для Чукотского полуострова А. В. Андрианов и Ф. А. Головачев ([1]), В. П. Кальянов ([9]) и др. отмечают признаки современного поднятия, а Н. П. Лупанова ([11]), С. В. Обручев ([12]) и др. — признаки современного погружения.

Очевидно, такая противоположная оценка знака перемещения береговой линии вытекает из: а) различной трактовки механизма образования береговых форм рельефа, б) несовершенства методики исследований, в) нечеткого разграничения признаков новейших и современных вертикальных движений.

Под современными движениями береговой линии авторы понимают вертикальные движения, происходившие и происходящие в период формирования рельефа современной береговой зоны моря, морфологическими элементами которой являются: подводный береговой склон, аккумулятивные формы и клиф. Этот период охватывает несколько последних тысячелетий и в общем совпадает с историческим временем. Таким образом, современные вертикальные движения происходят буквально «на глазах у людей». Приподнятые или, наоборот, погруженные морские террасы, находящиеся вне современной береговой зоны, нельзя считать показателем современных вертикальных движений побережья. Они свидетельствуют о более ранних, новейших перемещениях береговой линии.

При изучении берегов Чукотского, Берингова, Охотского и Японского морей авторы пользовались единой методикой, сложившейся в Лаборатории рельефа морского дна и берегов Института океанологии АН СССР ([2,3,5,7]). Это позволило получить сравнимые результаты о характере современных вертикальных движений отдельных участков побережий Дальневосточных морей.

При определении знака и относительной скорости современных вертикальных движений использовались данные инструментальных нивелировок береговых валов морских аккумулятивных форм. Как известно, морские аккумулятивные формы, расположенные на открытых участках побережья, и их морфология являются наиболее надежным и чувствительным индикатором современных вертикальных движений. В частности, одновысотность береговых валов свидетельствует о неизменности уровня моря на данном участке побережья в период их формирования. Изменение абсолютной высоты валов от молодых к более древним указывает на относительные изменения уровня моря. С данными нивелировок сопоставлялись:

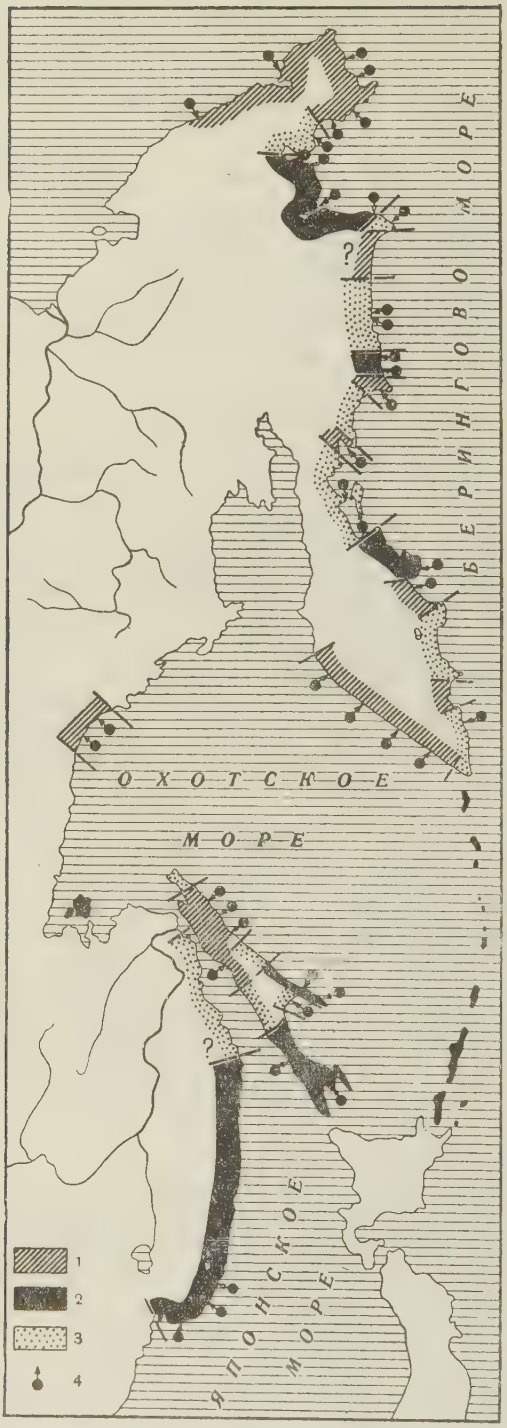


Рис. 1. Современные вертикальные движения берегов Дальневосточных морей СССР: *1* — участки незначительного относительного опускания, *2* — участки незначительного поднятия, *3* — относительно стабильные участки побережья, *4* — места инструментальных нивелировок поверхностей морских аккумулятивных форм

а) наблюдения по строению и динамике морских берегов, полученные при экспедиционных работах и в результате анализа аэрофотосъемочного материала; б) профили подводного берегового склона и другие материалы по строению прибрежной зоны дна, в) литературные сведения, в частности данные археологических исследований.

По характеру современных вертикальных движений берега Дальневосточных морей разделяются на ряд участков. Одни из них, по имеющимся данным, испытывают современное опускание, другие — поднятие, и наконец, имеются участки, относительно стабильные, без четко выраженных признаков вертикальных движений.

Наиболее яркие следы погружения отмечены для восточной и северной части Чукотского полуострова, северо-восточного побережья Корякского нагорья, некоторых участков восточного и западного побережий Камчатки, района г. Охотска и северо-восточного (лагунного) побережья Сахалина. Участками современного поднятия являются западное побережье Анадырского залива, отдельные участки северо-восточной и восточной Камчатки, берега Южного Сахалина и Приморья. Некоторые участки побережья восточной части Корякского нагорья, Олюторского залива, северо-восточной и восточной Камчатки, западного и восточного Сахалина, очевидно, в настоящее время стабильны (рис. 1).

Главным указанием на относительное опускание названных выше участков побережья является уменьшение абсолютной высоты береговых валов на аккумулятивных формах в сторону суши (рис. 2*а*). Косвенными признаками погружения суши, кроме того, служат: а) интенсивная абразия на больших по протяжению коренных участках берега и распространение в связи с этим висячих устьев

небольших рек; б) залегание торфяников ниже уровня моря и размыв их на подводном береговом склоне пересыпей; в) отсутствие морфологически четко выраженных подводных абразионных террас (рис. 3*а*); г) распространение опущенных глыбовых бенчей ([6]); *д*) образование лагун в результате наползания штормового вала на поверхность предгорных равнин ([8,10]).

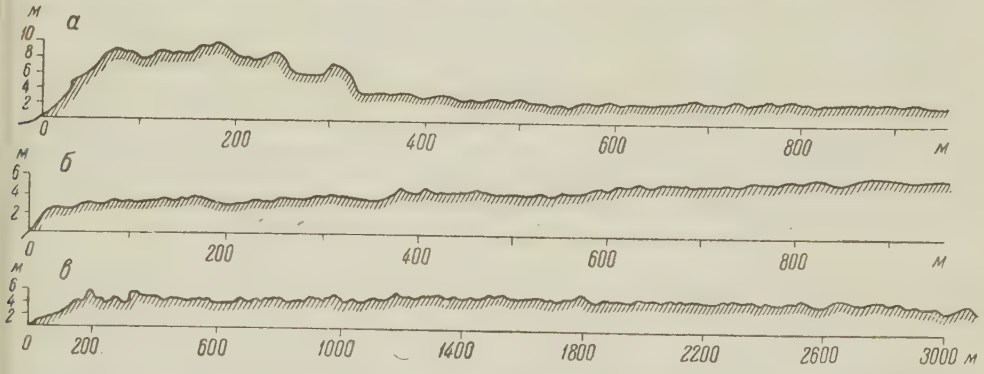


Рис. 2. Типичные профили нивелировок поверхностей современных морских аккумулятивных форм: *а* — на опускающемся западном побережье Камчатки, *б* — на поднимающемся западном побережье Анадырского залива, *в* — в пределах стабильной северо-восточной оконечности Корякского нагорья

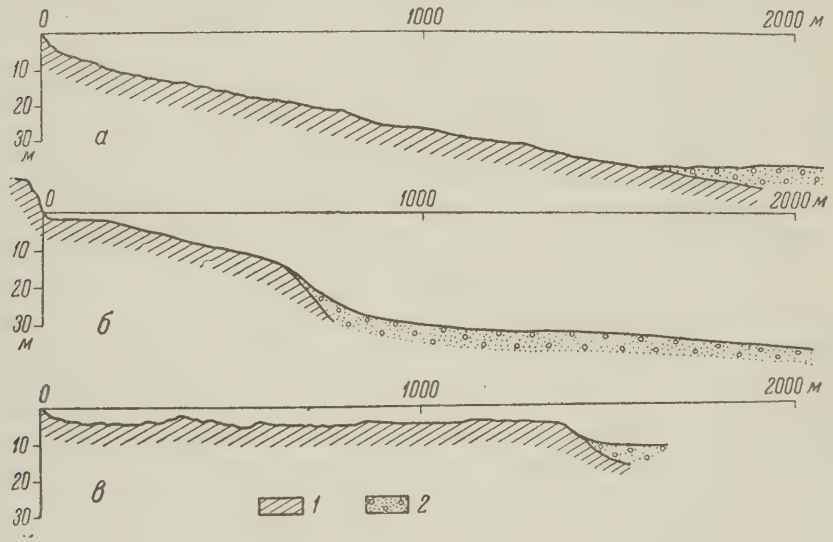


Рис. 3. Типичные профили подводного берегового склона: *а* — на берегах относительного опускания, *б* — на берегах поднятия, *в* —на относительно стабильных участках побережья. *1* — коренные породы, *2* — толща рыхлых наносов

Основным признаком поднятия некоторых районов побережья является увеличение абсолютной высоты береговых валов на морских аккумулятивных формах от более молодых к более древним (рис. 2*б*). Это подтверждается также следующими данными: а) широким развитием подводных абразионных террас, иногда с выходящими из-под уровня моря тыловыми участками (рис. 3*б*); б) распространением отмирающих и отмерших клифов с широкими пляжами перед ними; в) наличием аккумулятивных форм, располагающихся на коренных цоколях, приподнятых над уровнем моря; г) врезанием приустьевых частей рек в современную пойму; д) обсыханием дна лагун; е) расположением волноприбойных ниш выше зоны штормовых заплесков.

Кроме того, на побережьях Дальневосточных морей встречаются участки

без ярких признаков вертикальных движений. Береговые валы аккумулятивных форм на таких участках имеют равную абсолютную высоту (рис. 2*в*). На берегах, сложенных легко размываемыми породами, морфологически четко выраженные подводные абразионные террасы имеют большую ширину (рис. 3*в*) и минимальные уклоны. По-видимому, следует считать, что на этих участках побережья положение береговой линии было примерно одинаковым за весь период формирования рельефа береговой зоны.

В связи с позднеледниковой трансгрессией моря всем берегам дальневосточных морей присущ ингрессионный облик. Однако это не может служить признаком современного погружения побережий, так как на берегах поднятия эвстатическое повышение уровня не было компенсировано тектоническими движениями. Таким образом, для тех участков побережья, где нами было отмечено поднятие, последнее является не относительным, а абсолютным по знаку.

Незначительное опускание или стабильность отдельных участков побережья следует оценивать как относительные перемещения, так как они являются алгебраической суммой эвстатического повышения уровня Мирового океана в позднеледниковое время и тектонических движений суши.

Понятно, что скорости движений участков побережья, испытывающих однозначные перемещения, могут быть различными. Оговоримся, что вообще в пределах дальневосточных побережий не было встречено участков со значительными скоростями вертикальных движений, таких, например, какие отмечаются на Фенноскандии, Новой Земле и Каспийском море. Поэтому различия в скоростях движений отдельных участков побережья можно оценивать весьма условно по разности превышений древних береговых валов над молодыми или наоборот. Так, например, различия в высоте древних береговых валов аккумулятивных форм на открытых участках побережья западной Камчатки по отношению к современным валам составляют 6—7 м, а на Чукотском полуострове 1,5—2 м. Этот факт указывает на то, что величина, а также, по-видимому, и скорость относительного опускания западного побережья Камчатки в историческое время в 3—4 раза превышает таковые для восточной части Чукотки.

Определение абсолютной скорости вертикальных движений отдельных участков побережий затруднено из-за отсутствия долгосрочных уровенных наблюдений и незнания нами того среднего интервала времени, в течение которого образуется каждый вал. При этом следует учитывать, что аккумулятивные формы в процессе их развития могут испытывать неоднократный размыв и перестройку контура, а различия в относительном превышении валов в ряде случаев могут зависеть от особенностей волнового режима на данном участке побережья, экспозиции участка по отношению к преобладающему волнению, а также от характера материала, слагающего аккумулятивную форму. Более детальные исследования побережий дальневосточных морей, возможно, покажут еще более сложную картину дифференцированных современных вертикальных движений их берегов и позволят установить связь тех или иных участков с тектоническими структурами.

Институт океанологии
Академии наук СССР

Поступило
11 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. В. Андрианов, Ф. А. Головачев, Тр. Арктич. инст., **104** (1938). [2] В. И. Буданов, Тр. Инст. океанол. АН СССР, **5** (1951). [3] В. И. Буданов, А. С. Ионин, Тр. Океанографич. комисс. при Президиуме АН СССР, **1** (1956). [4] Д. Е. Гершанович, Э. К. Забелина, Тр. Гос. океанографич. инст., **34** (1957). [5] В. П. Зенкович, Тр. совещ. по методам изучения движения земной коры, 1948. [6] В. П. Зенкович, Тр. Инст. океанол. АН СССР, **4** (1949). [7] В. П. Зенкович, А. Т. Владимиров, ДАН, **72**, № 4 (1950). [8] А. С. Ионин, Тр. Инст. океанол. АН СССР, **13** (1955). [9] В. П. Кальянов, Тр. Гос. океанографич. инст., **4**, в. 2 (1934). [10] П. А. Каплин, Тр. Океанографич. комисс. при Президиуме АН СССР, **2** (1957). [11] Н. П. Лупанова, Бюлл. Арктич. инст., № 1 (1936). [12] С. В. Обручев, Изв. АН СССР, сер. географ.-геофиз., № 2 (1939).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ГЕОЛОГИЯ

Т. БЫВШЕВА

СПОРОВО-ПЫЛЬЦЕВАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ТЕРРИГЕННОГО КОМПЛЕКСА ПОРОД НИЖНЕГО КАРБОНА МЕЛЕКЕССКОЙ И БУЗУЛУКСКОЙ ОПОРНЫХ СКВАЖИН

(Представлено академиком С. И. Мироновым 14 VI 1957)

В вопросе о возрасте мощной терригенной толщи нижнего карбона, вскрытой рядом опорных и разведочных скважин на территории Куйбышевской области, Татарии и Удмуртии, в настоящее время не существует единого мнения. Так, В. М. Познер ([1]) расчленяет ее на раковскую толщу, нижне- и верхнемалиновские слои, а в верхней части выделяет сталиногорский и тульский горизонты (аналоги соответствующих горизонтов Подмосковного бассейна). Л. В. Шаломеева ([2]) большую часть описываемых отложений относит к визейскому ярусу и лишь незначительную часть их, 45—80 м (раковскую толщу В. М. Познера),— к турнейскому. С. В. Семихатова ([3]) считает раковскую и малиновскую толщи образованием визейского времени. Другие схемы здесь не приводятся из-за недостатка места.

В 1954—1956 гг. была проведена работа с целью выяснения возраста терригенной толщи нижнего карбона по материалам Мелекесской и Бузулукской опорных скважин. В результате изучения спорово-пыльцевого состава 145 образцов из терригенных отложений, вскрытых Мелекесской скважиной № 1, выделено 6 спорово-пыльцевых комплексов.

I комплекс выделен в известняково-мергельных битуминозных отложениях в интервале 2018—1767,1 м и объединяет верхи фаменского яруса и низы турне в понимании М. Ф. Филипповой, С. В. Семихатовой и Л. М. Елиной.

Этот комплекс характеризуется присутствием пыльцы подгрупп Psophosphaera Naum. и Perisaccus Naum. Детальное изучение пыльцы этого своеобразного комплекса еще не закончено.

II комплекс выделен в пачке аргиллитов, глин и мергелей (глубина 1767,1—1681,2 м), содержащих брахиоподы и фораминиферы кизеловского горизонта (верхнекизеловских слоев) ([3]). Характерной особенностью II комплекса является преобладание мелких спор без оторочки подгрупп Leiotriletes Naum. (до 30%), Lophotriletes Naum. (до 60%), Acanthotriletes Naum. (до 14%), Trachytriletes Naum. (до 11%), которые имеют широкое вертикальное распространение. Споры с оторочкой встречаются редко и в небольшом количестве. В комплексе преобладают следующие виды спор: Leiotriletes subintortus (Waltz) Naum., L. inermis (Waltz) Naum., L. glaber Naum., L. microrugosus (Ibr.) Naum., Lophotriletes rugosus Naum. (мелкие формы), L. minor Naum., Trachytriletes punctulatus (Waltz) Naum., Acanthotriletes spinosus Naum., A. erinaceus (Waltz) Naum., Hymenozonotriletes notabilis Naum. и др. В некоторых образцах встречается вид Trilobozonotriletes inciso-trilobus Naum. (до 4%).

III комплекс, выделенный в аргиллитовой пачке в интервале 1681,2—1662,8 м, содержит виды спор, перечисленные для II комплекса, но отличается от последнего присутствием спор с оторочкой, некоторые из которых развиты в турне, другие — в визе. Здесь отмечены: Hymenozonotri-

letes subauranthiacus Jusch. (до 5%), Lophozonotriletes rarituberculatus (Luber) Naum., Lophozonotriletes macrotuberculatus Jusch. (до 7,5%), Dictyotriletes magnus Naum. (до 6%), Euryzonotriletes aff. subcrenatus Naum. (до 8,5%), Trilobozonotriletes inciso-trilobus (в среднем 15%), единично Euryzonotriletes macrodiscus (Waltz) Naum., E. orbiculatus (Waltz) Naum., Simozonotriletes kiselensis Naum. и др.

IV комплекс, выделенный в алевролитово-аргиллитовой пачке с прослоями углей, отнесенной Л. М. Елиной к визе (1662,8—1595 м), поражает богатством видового состава спор. Этот комплекс имеет много общих видов с III и вышележащим V комплексами, но выделяется по ряду видов, развитых только в нем. В целом он характеризуется преобладанием крупных спор подгрупп: Euryzonotriletes Naum., Stenozonotriletes Naum., Lophozonotriletes Naum., Hymenozonotriletes Naum., Dictyotriletes Naum., Trilobozonotriletes Naum., Simozonotriletes Naum., Archaeozonotriletes Naum. и в небольшом количестве Trematozonotriletes Naum. В комплексе присутствуют споры подгрупп Leiotriletes Naum., Lophotriletes Naum., Trachytriletes Naum., Acanthotriletes Naum, но их значительно меньше, чем во II и III комплексах. Характерными являются следующие виды: Euryzonotriletes macrodiscus (Waltz) Naum., E. orbiculatus (Waltz) Naum., E. ciliato-marginatus (Waltz) Naum., E. aff. subcrenatus Naum. (до 8,5%), Hymenozonotriletes subauranthiacus Jusch. (до 13%), H. aff. giganteus Naum. (до 8%), H. notabilis Naum., H. radiatus Naum., Lophozonotriletes rarituberculatus (Luber) Naum. и Lophozonotriletes macrotuberculatus Jusch. (до 16,5%), Hymenozonotriletes tenellus Naum. (до 18,5%), Dictyotriletes magnus Naum., Archaeozonotriletes giganteus sp. nov. (до 12,5%), Stenozonotriletes rauserii Naum. (до 13%), Trematozonotriletes intermedius Naum., различные виды Trilobozonotriletes Naum. (в том числе T. inciso-trilobus Naum.), Simozonotriletes sublobatus Naum. и др.

Кроме перечисленных спор выделены мегаспоры, которые очень сходны со спорами карбоновых углей Польши ([4]) и определены как Triletes fulgens Zerndt., Lagenicula kidstoni Zerndt., Triletes parviapiculatus Zerndt. и др.

V комплекс выделен в песчано-глинистой пачке, содержащей прослои углей (1595—1561,0 м). Он сопоставляется нами с низами сталиногорского горизонта Подмосковного бассейна ($C_1^{2h_1}$ по Наумовой). Для комплекса характерны: Stenozonotriletes literatus Naum. (до 12,2%), Hymenozonotriletes pusillus (Ibr.) Naum., (до 18,5%), Trematozonotriletes bialatus (Waltz) Naum. (до 10%), T. variabilis (Waltz) Naum. (до 6%), Trilobozonotriletes inciso-trilobus Naum. (до 21%), Euryzonotriletes aff. subcrenatus Naum., Euryzonotriletes macrodiscus (Waltz) Naum., E. ciliato-marginatus (Waltz) Naum., Leiotriletes microrugosus (Ibr.) Naum., L. inermis (Waltz) Naum. и др.

VI комплекс, выделенный в глинистой пачке (1504,5—1478,6 м), отличается резким изменением спорово-пыльцевого спектра. Крупные споры с широкой оторочкой встречаются в нем в небольшом количестве, а процентное содержание спор Stenozonotriletes literatus (Waltz) Naum. и Trilobozonotriletes inciso-trilobus Naum. сокращается соответственно до 6—8%. В этом комплексе преобладают: Hymenozonotriletes pusillus (Ibr.) Naum. (до 65%), Trematozonotriletes bialatus (Waltz) Naum. (до 20%), Diatomozonotriletes speciosus (Loose) Naum., Trachytriletes minutus Naum., Acanthotriletes simplex Naum., Perisaccus primigenius Naum. и др.

Подобный споровый состав приводится С. Н. Наумовой для тульского горизонта опорной скважины Красная Поляна № 1.

Спорово-пыльцевые комплексы, выделенные в Мелекесской скважине, прослеживаются в Бузулукской скважине № 1, Чкаловской области, из которой было проанализировано 42 образца.

В Бузулуке нижняя часть каменноугольных отложений в интервале 2840—2693,26 м по фауне брахиопод и фораминифер ([3]) отнесена к верхнекизеловским слоям. В известняках этой части разреза спор и пыльцы

не найдено. В аргиллитово-мергельной пачке в интервале 2732,2—2693,26 м нами обнаружен комплекс спор, аналогичный второму комплексу Мелекесса. Здесь преобладают: Leiotriletes inermis (Waltz) Naum., Lophotriletes rugosus Naum. и др.

Выше, из аргиллитов в интервале 2693,26—2686 м выделен комплекс спор, по-видимому, аналогичный III комплексу Мелекесса.

Спорово-пыльцевой состав песчано-глинистой пачки Бузулука (2686—2647,26 м) подразделяется на два подкомплекса. Нижний подкомплекс (интервал 2686—2657,56 м) сопоставляется с V комплексом Мелекесса и с $C_1^{2h_I}$ Подмосковного бассейна. Верхний подкомплекс (интервал 2657,56—2647,26 м) выделен по резкому преобладанию пыльцы типа покрытосеменных Tetraporina Naum., спор Azonoletes reticulata Nuam. и сопоставляется, вероятно, с $C_1^{2h_{III}}$ Подмосковного бассейна. В Мелекессе этот подкомплекс не обнаружен.

Необходимо отметить, что в нескольких образцах нижнего спорово-пыльцевого подкомплекса угленосного горизонта Бузулука встречаются виды спор, которые характерны для IV комплекса Мелекесса. Например, процентное содержание Hymenozonotriletes subauranthiacus Jusch. достигает 10%, а Lophozonotriletes macrotuberculatus Jusch. до 14,5%. Нахождение этих спор лишь в единичных образцах сталиногорского горизонта, по-видимому, может служить доказательством в пользу их переотложения.

В интервале 2647,26—2644,86 м в Бузулуке обнаружен комплекс спор, характерный для тульских отложений Подмосковного бассейна и VI комплекса Мелекесса.

Таким образом, в терригенных отложениях нижнего карбона Мелекесса и Бузулука нами выделен ряд спорово-пыльцевых комплексов, позволяющих производить стратиграфическое расчленение толщ и сопоставление удаленных районов.

I, II, III и IV комплексы Мелекесса отсутствуют в Подмосковном бассейне и только V (угленосный) и VI (тульский) прослеживаются в нем.

I комплекс выделен в Мелекессе по развитию пыльцы подгрупп Psophosphaera Naum. и Perisaccus Naum., которые требуют монографической обработки для выяснения стратиграфического значения.

В Бузулуке прослеживаются II, III, V и VI комплексы Мелекесса. Отсутствие IV комплекса, вероятно, объясняется размывом отложений, содержащих споры последнего.

Во II, III и IV комплексах Мелекесса наряду со спорами турнейского времени (Lophozonotriletes macrotuberculatus Jusch., Lophozonotriletes rarituberculatus Jusch. и др.) появляются и широко развиваются споры визейского яруса (руководящие виды сталиногорского горизонта: Euryzonotriletes macrodiscus (Waltz) Naum., Trilobozonotriletes inciso-trilobus Naum. и др.), что позволяет сделать предположение о визейском возрасте отложений, содержащих эти комплексы.

Приношу благодарность С. Н. Наумовой и С. В. Семихатовой за советы и указания, которыми я пользовалась при выполнении настоящей работы.

Всесоюзный научо-исследовательский геологоразведочный нефтяной институт

Поступило
14 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. М. Познер, ДАН, 104, № 6 (1955). [2] Л. В. Шаломеева, Стратиграфическое положение, литология и фации сталиногорского (угленосного) горизонта нижнего карбона Куйбышевского Поволжья и его значение в оценке перспектив нефтеносности, Уральский филиал АН СССР, Диссертация, Уфа, 1954. [3] С. В. Семихатова, Бюлл. МОИП, № 5 (1956). [4] J. Zerndt, Les megaspores du bassin houiller polonais, Kracow, 1937.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ГЕОЛОГИЯ

Ю. В. ТЕСЛЕНКО

НЕОГЕНОВАЯ ФЛОРА РЕКИ ГРУЗСКОЙ ЕЛАНЧИК

(Представлено академиком В. Н. Сукачевым 18 VI 1957)

На юге Донбасса, в районе Амвросиевки — Кутейниково, широко развита толща третичных белых кварцевых песков с линзами тонкослоистых керамических глин. Она приурочена к эрозионным понижениям рельефа более древних пород, или к тектоническим депрессиям, связанным с глыбовой тектоникой района.

Б. Ф. Мефферт ([8,9]), исследовавший эту толщу, на основании ее сходства с песками полтавского яруса при отсутствии палеонтологических остатков отнес эти пески к олигоцену. Впоследствии в глинах были обнаружены отпечатки листьев. При описании ископаемых флор с. Александровки на р. Крынке и г. Амвросиевки А. Н. Криштофович и Т. Н. Байковская ([6,7]) и Н. В. Пименова ([10,11]) пришли к выводу о нижнесарматском возрасте третичных песчано-глинистых отложений, заключающих растительные остатки.

Изучение неогеновой флоры юга Донбасса пополняется новыми палеоботаническими данными, полученными при бурении у разъезда Колоски в верховьях реки Грузской Еланчик. Здесь третичные пески и глины выполняют западную окраину Амвросиевско-Успенской депрессии. Скважинами, заложенными А. П. Тищенко, под довольно мощным покровом красно-бурых глин были пройдены пески и глины, в последних встречено значительное количество отпечатков листьев неогеновых растений.

Как сообщила Н. М. Баранова ([1]), при предварительном осмотре коллекции А. Ф. Станиславским были определены Fagus, Quercus, Castanea, Alnus, Sorbus и др.

Изучение палеофитологических материалов из третичных глин реки Грузской Еланчик позволило нам сделать следующие определения:

Osmunda Heeri Gaud.
Equisetum sp.
Pinus sp.
Arundo Goepperti (Muenst.) Hr.
Poacites cf. angustus Hr.
Salix sp.
Populus cf. latior A. Br.
Myrica Pančičii Pilar (?)
Myrica sp.
Pterocarya castaneaefolia (Goepp.) Schlecht.
Juglans acuminata A. Br.
Carya bilinica (Ung.) Ett.
Carpinus grandis Ung.
Fagus orientalis Lipsky var. foss. Krysht. et Baik.
Castanea atavia Ung.
Quercus pseudocastanea Goepp.
Quercus castaneaefolia C. A. M. var. foss.
Quercus sp.
Zelkova Ungeri Kov.
Spiraea trilobata L. var. foss.
Acersubcampestre Goepp.
Alangium aequalifolium (Goepp.) Krysht. et Borsuk.

Состав и характер флоры не вызывает сомнений в единстве этого флористического комплекса с ископаемой флорой Амвросиевки. Несколько отличает флору реки Грузской Еланчик от флор Амвросиевки и Александровки отсутствие отпечатков листьев вечнозеленых растений. Это обстоятельство на первый взгляд могло бы послужить основанием для мысли о более молодом

ее возрасте. Однако приуроченность рассматриваемого местонахождения ископаемых растений к тому же стратиграфическому горизонту, что и флора Амвросиевки, опровергает такое предположение. Отсутствие вечнозеленых по всей вероятности, следует объяснить неполнотой кернового материала.

Наибольшее количество отпечатков (до 80%) принадлежит листьям бука, которые довольно разнообразны как по своей величине, так и по форме края листа. Бук и дубы были, по-видимому, основными компонентами широколиственных лесов, произраставших на территории между Амвросиевкой и бассейном реки Грузской Еланчик. Отпечатки листьев других растений встречаются реже.

Привлекает внимание присутствие нескольких прекрасно сохранившихся отпечатков хвои сосны. А. Н. Криштофович и Т. Н. Байковская ([7]), Н. В. Пименова ([11]), В. В. Богачев ([3]) и ряд других авторов указывают на полное отсутствие во флоре Амвросиевки представителей хвойных. В то же время Т. Н. Байковской в глинах Амвросиевки была обнаружена пыльца хвойных. Это дало повод Н. В. Пименовой ([11]) считать, что хвойные леса произрастали за границами распространения лиственного леса, «на высотах тогдашнего Донецкого кряжа», откуда пыльца приносилась ветром. Такие предположения Н. В. Пименовой не вяжутся с геологической историей Донецкого складчатого сооружения, на территории которого в миоцене не существовало никаких высот, могущих обусловливать вертикальную зональность распределения растительного покрова.

Находки отпечатков хвои в ископаемых флорах Грузского Еланчика и с. Александровки свидетельствуют о произрастании сосен в составе миоценовой растительности рассматриваемого района на благоприятных для них песчаных почвах.

Определенный интерес вызывает имеющийся в коллекции отпечаток сегмента Osmunda Heeri Gaud. Этот папоротник был в массовом количестве развит в предсарматской флоре Старого Крыма (г. Жданов). Я. М. Коваль ([5]), впервые описавший ископаемую флору окрестностей г. Жданова, высказал мнение о ее сходстве и одновозрастности с флорами Амвросиевки и Александровки. Находка Osmunda Heeri Gaud. во флоре Грузского Еланчика дает еще одно фактическое подтверждение данному мнению и указывает на распространение этого миоценового папоротника к северу от береговой линии соответствующего морского бассейна.

Вопрос о возрасте ископаемых флор реки Грузского Еланчика, Амвросиевки и Александровки, ввиду отсутствия раковин моллюсков в отложениях, заключающих растительные остатки, во многом является спорным. Сообщение А. Н. Криштофовича ([6]) о совместном захоронении в Александровке отпечатков листьев с нижнесарматской фауной не подтверждается. По сведениям В. В. Богачева ([2]), глины с отпечатками листьев, скелетов рыб и насекомых при полном отсутствии раковин моллюсков, обнажающиеся в правом берегу реки Крынки у с. Александровки, лежат в эрозионном желобе и трансгрессивно перекрыты нижнесарматскими глинами с Ervilia podolica. Таким образом, определение возраста флоры Александровки и Амвросиевки оказывается не совсем точным.

Геологические исследования, проведенные в области развития песчано-глинистых отложений с остатками растений на юге Донбасса, дают возможность несколько по-новому подойти к разрешению вопроса их возраста. Согласно нашим наблюдениям, несколько южнее широты ст. Амвросиевки миоценовая песчано-глинистая толща погружается под нижнесарматские пески и глины, большей частью охарактеризованные соответствующей фауной. Такое погружение хорошо прослеживается в балке Калиновая севернее с. Успенка, в обнажениях у с. Александровки, а также по скважинам в бассейне р. Грузской Еланчик.

Далее на восток, в бассейне р. Крепкая, эти континентальные отложения переходят в морские верхнеконкские песчаники, охарактеризованные богатой фауной.

Приведенные факты еще раз подтверждают ранее высказанное нами мнение ([12]) о верхнеконкском возрасте ископаемых флор Амвросиевки и Александровки. Одновозрастна с ними и изученная флора р. Грузской Еланчик.

Харьковский государственный университет
им. А. М. Горького

Поступило
11 I 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Н. М. Баранова, Докл. АН УССР, № 6, 575 (1955). [2] В. В. Богачев, Путеводитель геологических экскурсий в окрестностях Таганрога, 1919. [3] В. В. Богачев, ДАН, **105**, № 3, 570 (1955). [4] Я. М. Коваль, Зап. Инст. геологии Харьковск. гос. унив., **5**, № 1, 121 (1935). [5] Я. М. Коваль, Уч. зап. Харьковск. гос. унив., **61**, Зап. геол. фак., № 12, 93 (1955). [6] А. Н. Криштофович, Изв. Акад. наук, **8**, 591 (1914). [7] А. Н. Криштофович, Т. Н. Байковская, Сборн. Памяти акад. А. Д. Архангельского, 1951, стр. 184. [8] Б. Ф. Мефферт, Описание планшета VIII-22. Детальная геологическая карта Донецкого каменноугольного бассейна, 1923. [9] Б. Ф. Мефферт, Описание планшета VIII-23. Детальная геологическая карта Донецкого каменноугольного бассейна, 1931. [10] Н. В. Пименова, Геол. журн. АН УССР, **6**, № 3, 95 (1939). [11] Н. В. Пименова, Сарматская флора Амвросиевки, 1954. [12] Ю. В. Тесленко, Геол. журн. АН УССР, **16**, № 74 (1956).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ПАЛЕОНТОЛОГИЯ

В. М. ЯРОШЕВИЧ

НОВЫЕ ПРЕДСТАВИТЕЛИ АРХЕОЦИАТ КЕМБРИЯ ВОСТОЧНОГО СКЛОНА КУЗНЕЦКОГО АЛА-ТАУ

(Представлено академиком С. И. Мироновым 8 VI 1957)

В течение последних пяти лет при стратиграфических исследованиях кембрия восточного склона Кузнецкого Ала-Тау мною была собрана обильная фауна археоциат, изучение которой позволило выявить много новых форм, особенно из обручевского горизонта ([7],[8]). Ниже приводится описание наиболее интересных представителей археоциат обручевского горизонта.

Тип **ARCHAEOCYATHA**

Класс **SEPTAIDEA**

Отряд LOCULOCYATHIDA ZHURAVLEVA

Сем. VOLOGDINOCYATHIDAE fam. nov.

Типичный род: Vologdinocyathus gen. nov.

Диагноз. Наружная стенка кубка пористая, с тумулами, внутренняя пронизана поровыми каналами.

Род Vologdinocyathus gen. nov.

Типичный вид: Vologdinocyathus erbiensis sp. nov.

Одиночный узкоконический кубок. Наружная стенка — с простыми тумулами. Интервалл1ом заполнен пористыми перегородками. Внутренняя стенка массивная, пронизана поровыми каналами. Строение внутренней стенки и интервалл1юма как у рода Ethmophyllum Meek ([2],[4]). Центральная полость свободна от скелетных образований.

Строение кубка, характерное для описываемого рода, оригинально. Наиболее близок он к кубку рода Sigmocoscinus Bedf., у которого наружная стенка с тумулами, а внутренняя пронизана S-образными поровыми каналами. Однако у Sigmocoscinus в интервалл1юме присутствуют днища. У рода Tumulocyathus vologd. наружная стенка несет тумулы, но внутренняя с простыми порами ([2]). Сходное строение имеет наружная стенка (тумулы, прикрывающие поры, пронизаны 23—35 порами) у рода Alataucyathus Zhurav. ([5]), но внутренняя стенка у него простая, а в интервалл1юме располагаются днища. С другими родами сходство еще более отдаленное ([2],[6],[8]). В связи с этим нами выделяется новый род Vologdinocyathus в честь виднейшего и первого русского исследователя фауны археоциат А. Г. Вологдина.

Местонахождение: Батеневский кряж, дер. Верхняя Ерба.

Возраст: обручевский горизонт Cm_1^3 — Cm_2^1 ([7]).

Vologdinocyathus erbiensis sp. nov.

Рис. 1 *а*, *б*, *в*

Голотип: образец № 272, шлифы 272/20, колл. КГУ № 4, 1953. Небольшой узкоконический кубок диаметром 5 мм и высотою более 20 мм. Наружная стенка (рис. 1, *а*, *б*) толщиною 0,08 мм, пронизана 2 рядами пор

диаметром 0,1 мм. Междупоровые промежутки меньше диаметра пор (0,07 мм). Наружная стенка с тумулами, представляющими собой бугорки — вздутия высотою 0,04—0,06 мм с одним поровым отверстием (диаметр 0,02 мм) на вершине бугорка или сбоку. Интерваллюм шириною 0,7 мм заполнен частыми перегородками. Толщина перегородок 0,04—0,05 мм; у стенок они утолщены (до 0,08—0,1 мм). Число рядов пор, пронизывающих перегородки, 1—2. Поры мелкие, диаметром 0,08 мм, расположены очень редко. Отношение сторон в интерсептальных камерах 1 : 3, 1 : 4. Септальный коэффициент 9. Внутренняя стенка (рис. 1 *а,в*) массивная, толщиной 0,25—0,30 мм, с поровыми каналами по одному ряду на интерсептум. Поровые каналы (диаметром 0,01—0,02 мм) заметно суживаются при выходе в центральную полость. Скелетные междупоровые промежутки отсылают вниз и вверх в центральную полость короткие шипики (рис. 1 *в*).

Изучен 1 экземпляр. Кузнецкий Ала-Тау, дер. Верхняя Ерба, обнажение № 272, обручевский горизонт Cm_1^3—Cm_2^1 (7).

Сем. ERBOCYATHIDE
Род Erbocyathus Zhuravleva

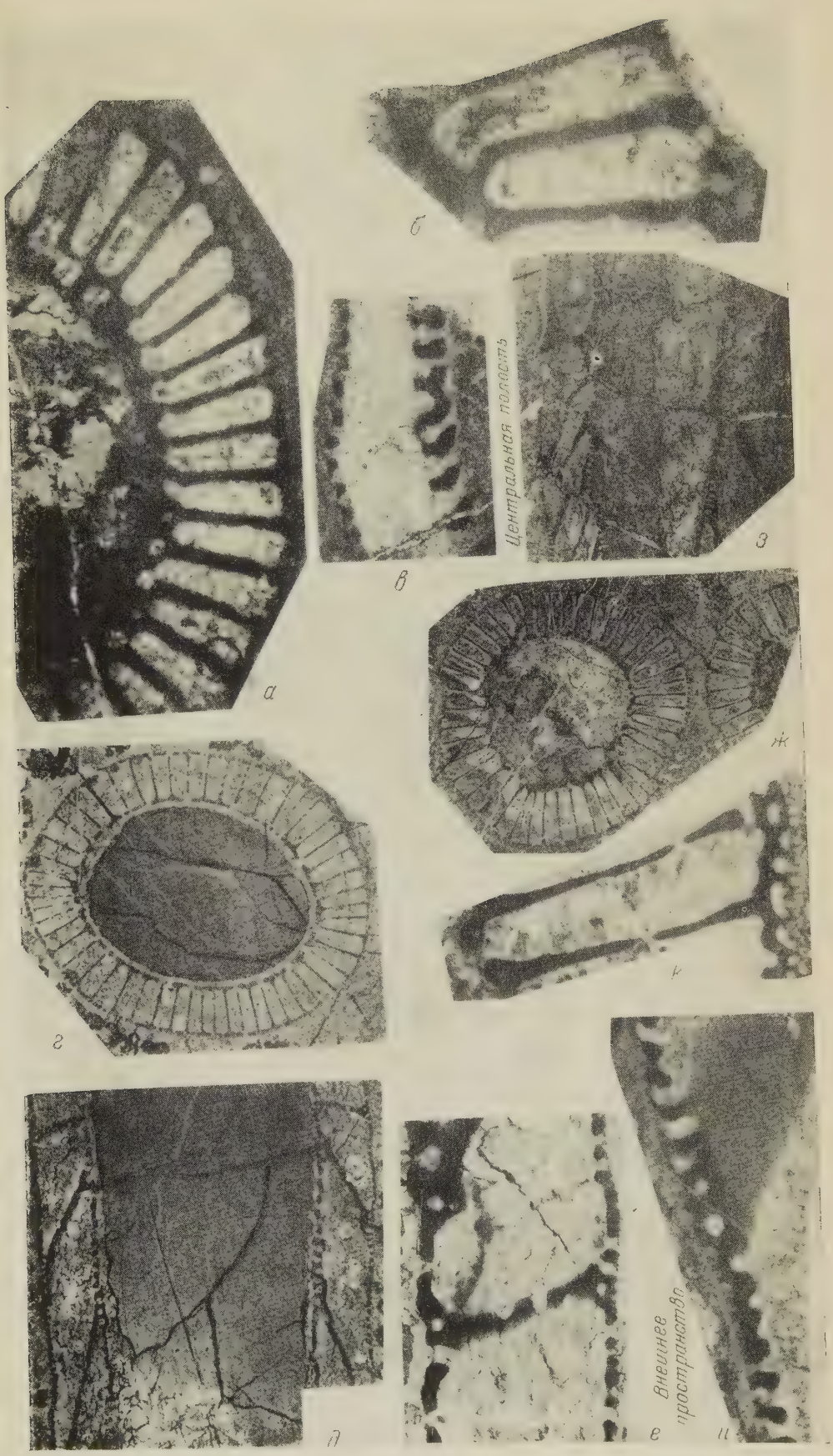
Тип рода — Polycyathus obrutschevi Vologdin, 1928, из района с.Сухая Ерба, г. Долгий Мыс, Хакассия, колл. Я. С. Эдельштейна, 1925 (1,2,4). Обручевский горизонт среднего кембрия (по А. Г. Вологдину).

Erbocyathus krassnopeevae sp. nov.
Рис. 1 *г, д, е*

Голотип: образец 272, шлифы 272/25, колл. КГУ № 4, 1953.

Кубок узкоконический, почти цилиндрический, диаметром 10—13 мм; несколько вытянут в поперечном сечении. Наружная стенка (рис. 1 *г,е*) толщиной 0,15—0,18 мм, пронизана 3—4 рядами поровых каналов (почти горизонтальных), которые вблизи выхода во внешнее пространство начинают ветвиться. Диаметр поровых каналов на выходе в интерсептальную камеру 0,13 мм, перед разветвлением увеличивается до 0,16—0,18 мм. Разветвление пор происходит в 0,02—0,03 мм перед выходом во внешнее пространство на несколько тонких волосяных канальцев, число которых не менее 2—4. Междупоровые промежутки шириною 0,14 мм. Перегородки частые, с ясной пористостью в 3—4 ряда. Диаметр пор 0,018—0,025 мм; поры обычно удлинены в направлении снизу вверх (0,04 мм). Отношение сторон в интерсептальных камерах при ширине интерваллюма 1,5 мм равно 1 : 4. Септальный коэффициент 4,5. Внутренняя стенка толщиною 0,2 мм с 1, реже 2 рядами пор на интерсептум. Диаметр пор 0,2 мм, такую же величину имеют промежутки между порами. Поры расположены в шахматном порядке. Центральная полость широкая, без скелетных элементов. В отличие от известных в литературе двух колониальных представителей рода — Erbocyathus obrutschevi (Vologd.) и Erb. heterovallum (Vologd.), описанный вид —форма одиночная (1,2,8). Следует указать, что Erbocyathus krasnopeevae характери-

Рис. 1. *а, б, в* —Vologdinocyathus erbiensis Yaroshevitch gen. et sp. nov.: *а* — поперечное сечение кубка, 45×; обр. 272, шл. 272/20 (1), колл. КГУ № 4, 1953; *б* — поперечное сечение интерсептальной камеры; справа видны тумулы с одним поровым отверстием, 100×; обр., шл. и колл. те же; *в*— часть продольного сечения кубка, 45×; обр. и колл. те же, шл. 272/20 (2). *г, д, е* — Erbocyathus krassnopeevae Yaroshevitch sp. nov.; *г* — поперечное сечение кубка, 4×; обр. 272, шл. (1), колл. КГУ № 4, 1953; *д* —часть косо-продольного сечения кубка, 4×, обр. и кол. те же, шл. 272/25 (2); *е* — интервалюм в косо-продольном сечении, 18,5×; обр., шл. и колл. те же. *ж, з, и, к* — Erbocyathus chakassiensis Yaroshevitch sp. nov.; *ж* — поперечное сечение кубка, 2,5×; обр. 204, шл. 204/22 (1), колл. КГУ № 4, 1953; *з* — часть косо-продольного сечения кубка, 2,5×; обр. и колл. те же, шл. 204/22 (2); *и* —часть интервалюма, косо-продольное сечение 18,5×; обр., шл. и колл. те же; *к* — поперечное сечение интерсептальной камеры; видно ветвление поровых каналов наружной стенки, 18,5×; обр. 204, шл. 204/3, колл. та же


а
б
в
Центральная полость
з
г
ж
к
д
е
Внешнее
простирание
и

зуется: 1) меньшей массивностью всех скелетных элементов и 2) сравнительно частой пористостью перегородок.

Местонахождение: Батеневский кряж, дер. Верхняя Ерба, обнажение № 272, обручевский горизонт $Cm_1^3 - Cm_2^1$ (7). Изучено 3 экземпляра.

Erbocyathus chakassiensis sp. nov.

Рис. 1 *ж*, *з*, *и*, *к*

Голотип: образец № 204, шлифы 204/22, колл. КГУ № 4, 1953.

Колония и одиночные формы. Одиночные кубки узкоконические, несколько неправильной внешней формы, диаметр кубка 8—15 мм. Образование колониального скелета происходит путем: 1) вытягивания, пережима кубка и затем разделения кубка (разветвляющиеся кубки), 2) почкования со стороны наружной стенки. Диаметр кубка особей 8—16 мм. Наружная стенка (толщина 0,30—0,35 мм) пронизана системой ветвящихся поровых каналов, расположенных в шахматном порядке, 3—4 ряда на интерсептум. На выходе в интерсептальную камеру диаметр поровых каналов 0,12—0,13 мм и 18 мм перед разветвлением. Таким образом, они конусовидны. Ветвление порового канала происходит перед самым выходом во внешнее пространство. Каждый канал разветвляется на 6—8 волосяных канальцев (0,05—0,6 мм). Перегородки массивные (0,08 мм), утолщенные у стенок (до 0,18—0,3 мм). Иногда утолщения очень неправильной формы наблюдались в ряде шлифов в средней части перегородок. Поры на перегородках редкие и мелкие (0,07—0,15 мм). Наблюдаются стремевидные поры. Септообразование имеет место от наружной и реже внутренней степени. Септальный коэффициент 2,1—3,4.

Внутренняя стенка массивная, толщиною 0,50—0,55 мм, а с простыми порами диаметром 0,18—0,35 мм. В интерсептуме располагается 1—2 ряда пор, в шахматном порядке. Местами намечается некоторое усложнение пористости внутренней стенки в сторону образования очень простых поровых каналов. Центральная полость свободна от скелетных элементов.

От близких видов Erbocyathus obrutschevi (Vologd.) и Erb. heterovallum (Vologd.) форма отличается характером образования колонии, наличием одиночных кубков и строением поровых каналов наружной стенки (1).

Местонахождение: Батеневский кряж, пос. Карасук, обнажение № 204; дер. Верхняя Ерба, обнажение № 272; обручевский горизонт Cm_1^3—Cm_2^1. Изучено более 10 экз.

Красноярское геологическое управление

Поступило
6 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. Г. Вологдин, Ежегодн. Русск. палеонтол. общ., **7** (1928). [2] А. Г. Вологдин, Атлас руководящих форм ископаемых фаун СССР, **1**, кембрий, 1940. [3] А. Г. Вологдин, ДАН, **111**, № 4 (1956). [4] И. Т. Журавлева, Наставление по сбору и изучению археоциат, 1954. [5] И. Т. Журавлева, ДАН, **104**, № 4 (1955). [6] И. Т. Журавлева, Материалы по фауне и флоре палеозоя Сибири, 1955. [7] П. С. Краснопеева, ДАН, **99**, № 4 (1954). [8] П. С. Краснопеева, Атлас руководящих форм ископаемых фауны и флоры западной Сибири, 1955.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ЦИТОЛОГИЯ

А. А. САВИНОВСКАЯ

ИЗМЕНЕНИЕ АКТИВНОСТИ КИСЛОЙ ФОСФАТАЗЫ В МЕЗОТЕЛИАЛЬНЫХ КЛЕТКАХ ПРИ МИТОЗЕ

(Представлено академиком И. И. Шмальгаузеном 8 VII 1957)

Монофосфоэстеразы обнаружены в настоящее время почти во всех органах и тканях животного организма. Выявлению щелочной фосфатазы, как указывает Пирс ([3]), посвящено больше исследований, меньше—кислой. Преснов ([5]) обнаружил как кислую, так и щелочную фосфатазы во всех клетках и межклеточном веществе в различных органах нормальных крыс, мышей, кроликов, лягушек и в культуре аденокарциномы мыши; активность их несколько варьирует. Дельсоль ([15]), исследовав ряд органов у нормальных лягушек, пришел к выводу, что кислая фосфатаза имеет в организме более широкое распространение и дает более интенсивную реакцию по сравнению с щелочной; однако последняя является более стабильной — даже голодание, вплоть до гибели животного, не изменяет активности щелочной фосфатазы.

Мы исследовали кислую фосфатазу в мезотелиальных клетках пристеночной брюшины кролика после введения в брюшную полость 400 мл стерильного воздуха, который на 2—3 сутки вызывает, как нами установлено ранее ([6]), массовые митозы мезотелиальных клеток; исследовался также нормальный мезотелий. Кислую фосфатазу выявляли по методу Гомори, рекомендованному Пирсом ([3]). Материал фиксировали 10% нейтральным холодным формалином, который, согласно последним данным ([3]), лучше всего сохраняет фосфатазы. Фиксацию производили в течение 4 час., так как при более коротких сроках трудно получить хорошие пленки брюшины, а длительная фиксация искажает прижизненную структуру клеток. Спирт и ацетон как фиксаторы совершенно непригодны при получении тонкого пласта мезотелия, так как вызывают сморщивание клеток, изменяют их структуру, нарушают целостность пласта, а также дают даже при 3—4-кратной смене фиксатора диффузию фосфатазы в межклеточное вещество подлежащей волокнистой соединительной ткани.

Снятую с брюшной стенки серозную оболочку быстро обезвоживали и после промывки в воде инкубировали в субстрате с глицерофосфатом натрия при температуре 37° различные сроки—от 2 до 24 час. После выявления кислой фосфатазы тотальные пленки брюшины заключали в канадский бальзам. Контроль ставили путем инкубации в субстрате, без глицерофосфата натрия. Наилучшие результаты дала инкубация брюшины в течение 4 час; более длительная инкубация нарушает прижизненную структуру клеток.

Рис. 1. Кислая фосфатаза в мезотелиальных клетках брюшины кролика в интеркинезе и во время кариокинетического деления. Фиксация 4 часа в холодном 10% нейтральном формалине; *а* — инкубация в субстрате с глицерофосфатом натрия 4 часа; *б* — инкубация в том же субстрате 16 час. Об. 90×

Рис. 2. Кислая фосфатаза в мезотелиальных клетках на различных стадиях кариокинетического деления. Фиксация та же, *а*, *б* — профаза; *в* *г*, *д* — метафаза; *е* — анафаза; *ж* — телофаза. *а*, *в*, *д*, *е*, *ж* — инкубация в субстрате 4 часа; *б*, *г* — инкубация 16 час. Об. 150×

Рис. 3. Амитоз в мезотелиальной клетке. Фиксация та же, инкубация 4 часа. Об. 150×

В нормальных мезотелиальных клетках кислая фосфатаза выявляется в небольшом количестве в ядрах, причем интенсивно окрашиваются 1—2 небольших гомогенных ядрышка; в протоплазме фосфатазы чрезвычайно мало.

Через двое суток после наложения пневмоперитонеума, хотя в клетках повышается количество РНК, активность кислой фосфатазы как в ядре, так и в цитоплазме не изменяется (рис. 1*а*), лишь на поверхности сильно увеличенных ядрышек интенсивно окрашиваются в темно-коричневый, почти черный цвет небольшие глыбки, соответствующие хроматину, связанному с ядрышком, так же красятся небольшие глыбки хроматина.

В межклеточном веществе волокнистой соединительной ткани как нормальной брюшины, так и после введения воздуха, кислая фосфатаза полностью отсутствует: коллагеновые волокна, эластические волокна и аморфное вещество остаются совершенно неокрашенными. С удлинением сроков инкубации сильно возрастает окраска ядер, очень слабо повышается окраска цитоплазмы при этом ядра мезотелиальных клеток теряют свою структуру, в них появляется мелкая интенсивно окрашенная зернистость, среди которой трудно выделить ядрышки (рис. 1 *б*); межклеточное вещество подлежащей соединительной ткани по-прежнему остается неокрашенным, лишь через 20—24 часа инкубации наблюдается слабая диффузная окраска. После инкубации материала в субстрате без глицерофосфата натрия (контроль) даже в течение суток кислая фосфатаза не выявляется — пленки брюшины остаются неокрашенными.

Резко повышается активность кислой фосфатазы в клетках, находящихся в состоянии митоза; они четко выделяются на общем фоне мезотелиального пласта (рис. 1). Хромосомы интенсивно окрашиваются и хорошо видны уже через 2 часа инкубации, еще лучше — через 4 часа; активность фосфатазы в цитоплазме в различных фазах изменяется.

В ранней профазе деления, когда видны еще ядрышки и сохранилась ядерная оболочка, активность кислой фосфатазы в ядре быстро повышается, формирующиеся нити хромосом интенсивно окрашиваются, но в цитоплазме активность фосфатазы не изменяется.

В более поздней профазе, когда исчезает оболочка ядра, интенсивно окрашивается клубок хромосом и выявляется при 4-часовой инкубации едва заметная зернистость в цитоплазме (рис. 2 *а*). Но после длительной инкубации интенсивно окрашиваются и ядро, и цитоплазма (рис. 2*б*); такие клетки резко выделяются на общем фоне мезотелия, где фосфатаза выявляется только в ядрах и очень слабо — в цитоплазме.

Хромосомы в метафазе в мезотелиальном пласте при рассмотрении его с поверхности имеют вначале форму звезды; эта фаза очень короткая. В дальнейшем звезда поворачивается и принимает форму экваториальной пластинки, — это более длительная фаза; по-видимому, в это время происходит расщепление хромосом. В ранней метафазе, в стадии звезды, высокая активность кислой фосфатазы при 4-часовой инкубации выявляется в хромосомах, они становятся темно-коричневыми, в цитоплазме фосфатазы очень мало (рис. 2*в*), но после длительной инкубации фосфатаза выявляется и в цитоплазме; чем длительнее срок инкубации, тем интенсивнее окраска цитоплазмы. Одновременно четкость контуров сильно окрашенных хромосом несколько понижается (рис. 2 *г*). В поздней метафазе (экваториальная пластинка) фосфатаза выявляется в протоплазме, и при 4-часовой инкубации, протоплазма сильно вакуолизирована и имеет пенистое строение (рис. 2 *д*).

В анафазе высокая активность фосфатазы в хромосомах сохраняется, одновременно повышается активность фосфатазы в протоплазме, которая продолжает оставаться сильно вакуолизированной (см. рис. 2 *е*). На более поздней стадии хорошо видна светлая зона внутри веретена. Длительная инкубация также усиливает окраску и хромосом, и цитоплазмы (см. рис. 1 *б*).

Ранняя телофаза мало отличается от анафазы по активности кислой фосфатазы (рис. 2 *е*). Но к концу телофазы фосфатаза концентрируется в фор-

мирующихся ядрах и постепенно исчезает из цитоплазмы (рис. 2 *ж*). Даж длительная инкубация усиливает лишь окраску, ядер, почти не изменя цитоплазмы.

Молодые мезотелиальные клетки, только что образовавшиеся в процесс кариокинетического деления, легко обнаруживаются в мезотелиальном пласте: их ядра, небольшие по размерам, всегда лежат парами и довольно длительное время сохраняют высокую активность кислой фосфатазы цитоплазма же не отличается от окружающих клеток.

При амитотическом делении активность кислой фосфатазы в мезотели альных клетках почти не изменяется (рис. 3). Их ядра очень сходны ядрами неделящихся клеток, лишь в цитоплазме появляется небольшая зернистость, дающая слабую реакцию на кислую фосфатазу.

Таким образом, в неделящихся мезотелиальных клетках пристеночной брюшины кролика кислая фосфатаза содержится в ядрах, особенно много ее в ядрышках, а в цитоплазме она почти полностью отсутствует. В мезотели альных клетках брыжейки Португалов ([4]) также наблюдал высокое содержа ние кислой фосфатазы в ядрах. Полагают, что и в ядрах других клеток много фосфатаз. Бурн ([12]), исследовавший различные органы крыс, пришел к выводу, что ферментные системы локализуются преимущественно в ядре и особенно в ядрышках; в цитоплазме и интерцеллюлярно ферментов мало, хотя выяв ление их локализации, указывает автор, зависит от применяемого субстрата. Кислой фосфатазы много обнаружено в ядрах клеток печени ([20]), в ядрах и особенно в ядрышках нервных клеток ([21]). Изменения в структуре ядрышка, наблюдаемые нами при различных воздействиях на мезотелиальные клетки ([6]), показывают, что и активность кислой фосфатазы также изменяется: в увеличенных под влиянием воздуха ядрышках повышается активность кислой фосфатазы. Балтус ([8]) указывает, что активность ферментов в ядрышке в 30—50 раз выше, чем в других участках клетки.

Но существует и другое мнение. Некоторые исследователи полагают, что окрашивание ядра при выявлении фосфатаз является артефактом, так как во время фиксации и инкубации возможна диффузия как самого фермента, так и образующегося во время инкубации фосфорнокислого кальция и адсорбция их ядром клетки. Такой взгляд на ядро как на бедную ферментами систему возник, по-видимому, под влиянием работ с изолированными фракциями ядер. Но в печати многократно указывалось, что изолированные ядра не являются нормальными ([2]). Установлено ([1]), что в изолированных фракциях ядер и цитоплазмы находится кислой фосфатазы на 100% больше, чем в целых клетках, что показывает на огромные изменения в ферментных системах различных частей клеток при разделении их на отдельные фракции.

Многие исследователи указывают на большие потери ферментов и возможную диффузию их в процесе фиксации, заливки материала в парафин или резки на замораживающем микротоме. Согласно данным Скирко ([7]), активность кислой фосфатазы при фиксации материала в ацетоне или 80° спирте и заливке в парафин снижается на 92—94%. На нашем объекте, не требующем заливки в парафин или резки на замораживающем микротоме, метод Гомори с применением в качестве фиксатора формалина, действительно дает, как указывает Пирс ([3]), точную внутриклеточную локализацию. Наличие в мезотелиальных клетках четкой границы между ядром и цитоплазмой и отсутствие фермента в межклеточном веществе подлежащей соединительной ткани показывают, что при короткой инкубации диффузии фермента не происходит.

В мезотелиальных клетках кислая фосфатаза выявляется раньше всего в хромосомах, — они четко видны через 2 часа инкубации, когда ядра неделящихся клеток еще едва заметны, что указывает на высокую активность кислой фосфатазы в хромосомах, так как, по мнению Даниэли ([13]), участки с более высокой активностью фосфатаз выявляются раньше других. Многими исследователями показана в хромосомах также высокая активность щелочной фосфатазы ([14,16,18,20]).

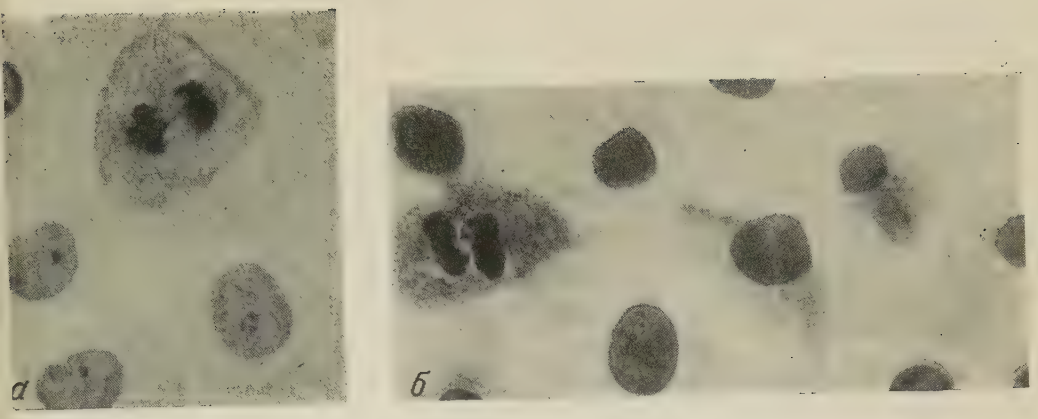
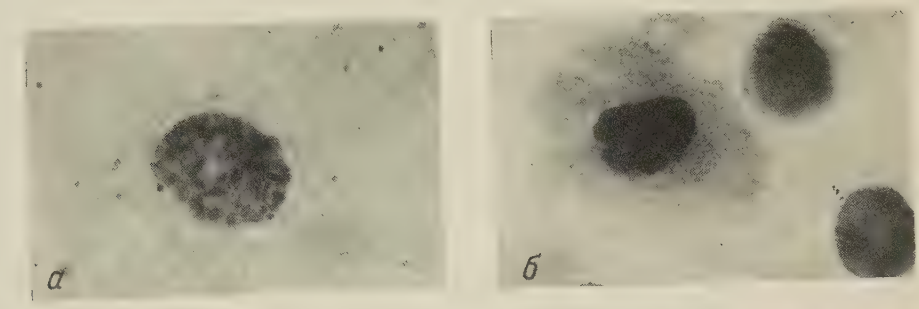
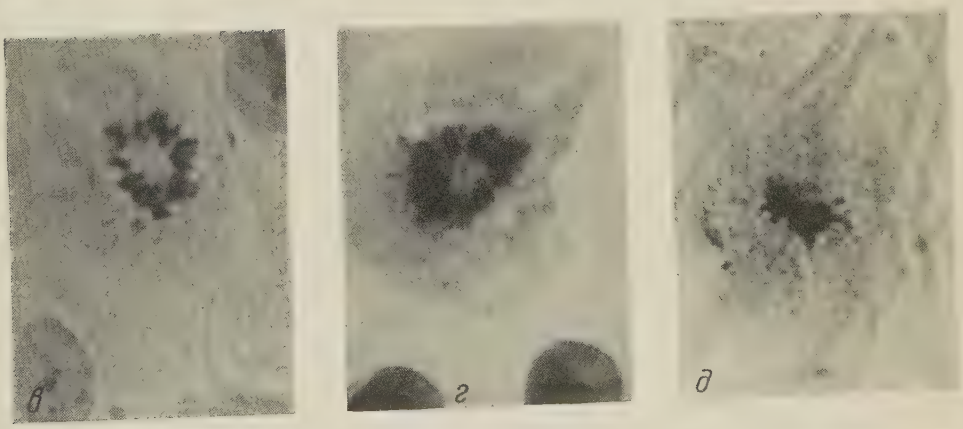


Рис. 1





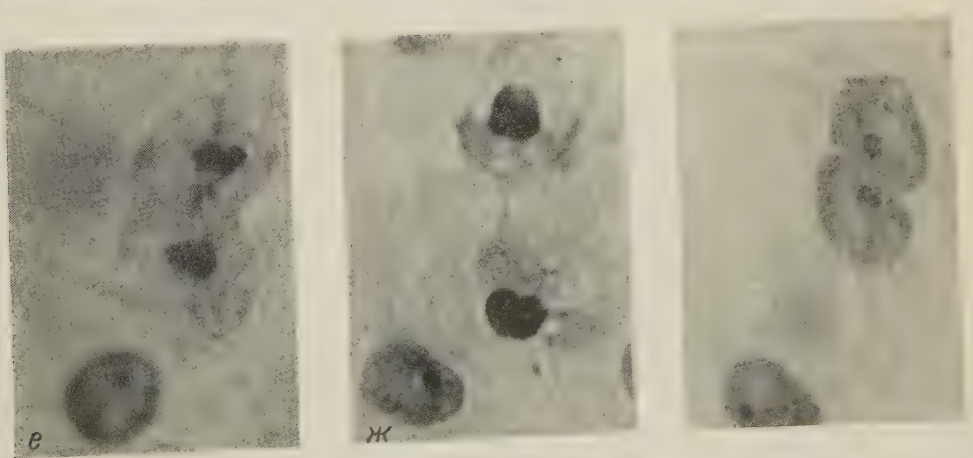


Рис. 2

Рис. 3

Многие исследователи полагают, что фосфатазы находятся в комплексе с нуклеиновыми кислотами, но остается неясным вопрос, способствуют ли они синтезу нуклеиновых кислот или, наоборот, разрушают их. Полагают, что щелочная фосфатаза играет большую роль в синтезе ДНК, что она ответственна за замещение фосфора в молекуле ДНК ([11],[10]). Так же и кислая фосфатаза в мезотелиальных клетках имеет, по-видимому, большое значение при перестройке нуклеиновых кислот во время митотического деления, на что указывает высокая активность кислой фосфатазы в хромосомах.

Кислая фосфатаза, по мнению многих исследователей, является нуклеотидазой,— она высвобождает фосфаты из РНК. В нервных клетках при больших нагрузках, а также при повреждении аксона наблюдается тигролиз, уменьшение РНК, и одновременно происходит повышение активности кислой фосфатазы ([17]). В делящихся клетках всех типов тканей, указывает Браше ([1]), на стадии метафазы происходит уменьшение содержания РНК, и одновременно увеличивается ДНК в хромосомах. В мезотелиальных клетках в метафазе повышается активность кислой фосфатазы в цитоплазме, по-видимому, она также способствует перестройке РНК цитоплазмы в ДНК хромосом. Перед митозом содержание РНК в цитоплазме мезотелиальных клеток сильно повышается ([6]), однако никаких изменений в активности кислой фосфатазы в цитоплазме в это время обнаружить не удалось,— по-видимому, кислая фосфатаза не участвует в синтезе РНК.

Остается совершенно неясной закономерно выявляемая интенсивная окраска цитоплазмы на стадии профазы и ранней метафазы при длительной инкубации; является ли это артефактом или показателем наличия другой фосфатазы,— этот вопрос требует дальнейшего исследования.

Первый Московский медицинский институт
им. И. М. Сеченова

Поступило
2 VII 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Ж. Браше, Сборн. Некоторые проблемы современной эмбриофизиологии, Перевод. М., 1951, стр. 255—277. [2] Б. В. Кедровский, Белковая структура клеточного тела, Изд. АН СССР, 1946. [3] Э. Пирс, Гистохимия, 1956. [4] В. В. Португалов, Очерки гистофизиологии нервных окончаний, М., 1955. [5] М. А. Преснов, Журн. общ. биол., 15, № 5 (1954). [6] А. А. Савиновская, ДАН, 86, № 2 (1952); Изв. АН СССР, № 3 (1953); Пробл. туберкул., № 2 (1954); ДАН, 100, № 2 (1955); ДАН, 105, № 4 (1955). Тр. 1 МОЛМИ, 2, Влияние высш. отд. нерв. сист. на процессы регенер. и воспал., под ред. В. Г. Елисеева, 1957, стр. 186—199. [7] Б. К. Скирко, 1955, Вопр. мед. хим., 1, № 4 (1955). [8] E. Baltus, Biochem. et Biophys. Acta, 15, № 2 (1954). [9] F. Berthet, C. de Duve, Biochem. J., 50, 174 (1951). [10] J. Brachet, Embryologie chimique Paris—Liége, 1944. [11] J. Brachet, R. Jeener, C. R. Soc. Biol., 140, № 2 (1946), Biochem. et Biophys. Acta, 2 (1948). [12] G. Bourn, J. Physiol., 124, № 2 (1954); [13] J. Danielli, Nature, 165, 762 (1950). [14] J. Danielli, D. Camtcheside. Nature, 156, № 8 (1945). [15] M. Delsol, C. R. Soc. Biol., 149, № 5—6 (1955). [16] E. Krugelis, J. Cell Compar. Physiol., 9, № 3 (1942). [17] La-Well, Lu Chjan-Nao, Anat. Rec., 119, № 3 (1954). [18] N. Marina, Quart. J. Microsc. Sci., 90, № 4 (1949). [19] A. Pancini, Boll. Soc. Ital. Sperim., 29, № 12 (1953). [20] N. Sulkin, L. Gardner, Anat. Rec., 100, № 2 (1948). [21] L. Stockinger, Protoplasma, 43, № 4 (1953).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ГЕНЕТИКА

С. Я. КРАЕВОЙ

К ВОПРОСУ О НАСЛЕДОВАНИИ ИЗМЕНЕНИЙ, ВЫЗВАННЫХ ПРИВИВКОЙ

(Представлено академиком И. И. Шмальгаузеном 16 II 1957)

В последние годы большое внимание уделяется прививкам у травянистых растений ([1–8, 10–15]). Одних исследователей интересует вопрос о переходе химических веществ из подвоя в привой и обратно, а также влияние прививки на синтез химических веществ у растений ([1–3, 6, 10–12]); других — вопрос о передаче по наследству изменений, вызванных прививкой ([3, 4, 8–11, 15]).

Нами получен большой экспериментальный материал по прививкам, который излагается ниже.

Для прививок был взят исключительно чистый, проверенный материал; кроме того, были приняты меры предосторожности от загрязнения материала из-за перекрестного опыления другими сортами. Это обстоятельство является очень важным потому, что, пользуясь гибридным материалом, можно получить в дальнейших поколениях, начиная с первого, расщепление и ошибочно приписывать это действию прививки.

Работа проводилась методом трансплантаций и ретрансплантаций. В качестве контроля привитого растения оставлялась его базальная часть (пенек), которая сохранялась до плодоношения.

Ранее было установлено, что привой Nicotiana tabacum на N. glauca не синтезирует никотина и накопляет значительное количество анабазина, присущего подвою ([5]). Если сделать обратную прививку — на табак привить глаука, то в подвое появляются следы анабазина, а привой синтезирует только анабазин (табл. 1). Такая же картина получается в отношении атропина: если прививать дурман на томат ([2]), то дурман не синтезирует атропина, но если привить томат на дурман, то во всех органах привоя можно обнаружить атропин.

Нам предстояло выяснить — почему под влиянием подвоя табака в привое глаука не образуется никотин (полная автономность) и почему под влиянием подвоя глаука привой табака не синтезирует никотина. Для выяснения этого вопроса было выдвинуто предположение, что синтез никотина в табаке каким-то образом связан с его собственной корневой системой ([14]). Независимо от этого остается неясным, почему привой глаука не изменяет нацело химизма подвоя табака, т. е. почему в подвое вместо никотина не синтезируется один анабазин, а накопляются никотин и анабазин приблизительно в отношении 2 : 1. Нам кажется, что это происходит потому, что подвой табака беспрерывно синтезирует никотин (поскольку он сидит на собственных корнях) и реакция синтеза никотина превалирует над реакцией синтеза анабазина.

При обратной прививке реакция синтеза никотина подавляется совершенно. Этот факт является косвенным доказательством того, что именно в корневой системе (а не в стеблях) синтезируется никотин.

Чтобы получить прямое доказательство того, что никотин синтезируется в корневой системе табака, мы применяли метод ретрансплантации.

Табак, выращенный на корнях томата, становится безникотиновым; такой табак мы прививали обратно на обыкновенный табак двумя способами: а) на стебель длиной 15—20 см, который окутывался черной бумагой

Таблица 1

Ретрансплантации растений Nicotiana (по 10 прививок в каждом варианте)

Подвой	Привой	Листовая поверхность		Содержание алкалоидов в % *	
		подвой	привой	подвой	привой
N. glauca	N. tabacum	Облиств.	Облиств.	Н сл., А 2,17	Н отс.; А 0,83
N. tabacum	N. glauca	„	„	Н 1,67; А 0,68	Н 0,03; А 3,00
S. lycopersicum	N. tabacum	„	„	Н отс.	Н отс.
N. tabacum	S. lycopersicum	„	„	Н 0,75	Н 0,38
N. tabacum	N. tabacum от привоя на томате**	Листьев нет	Облиств.	Н 0,74	Н 0,74
	То же ***	То же	То же	Н 0,75	Н 0,75
N. glauca	„	Облиств.	„	Н сл., А 1,94	Н отс.; А 0,81
N. tabacum	(контроль)****	—	—	Н 0,74	
N. glauca	(контроль)****	—	—	А 0,99	

* Н — никотин, А — анабазин, сл. — следы, отс. — отсутствует.

** Привит в корневую шейку.

*** Привит на расстоянии с 5 парами листьев. Стебель подвоя изолирован черной бумагой.

**** Анализировались только листья.

и б) в корневую шейку так, чтобы стебля подвоя не оставалось и привой сидел прямо на корнях табака. В обоих случаях в привое полностью восстанавливался синтез никотина (табл. 1).

Когда мы ретрансплантировали безникотиновый табак из томата на N. glauca, то в нем появлялся анабазин, а никотина не было (табл. 1), что является подтверждением отсутствия фактора, способствующего синтезу никотина.

Аналогичные результаты мы получили с ретрансплантацией дурмана, привитого на томате (табл. 2). Здесь также установлено, что начало, способствующее образованию атропина в дурмане, находится в его собственной корневой системе ([2], [14]).

Таблица 2

Ретрансплантация растений Datura

Подвой	Привой	Листовая поверхность		Наличие алкалоидов в листьях и плодах*		Число прививок
		подвой	привой	подвой	привой	
D. stramonium (дурман)	S. lycopersicum сорт „Туквуд“	Облиств.	Без листьев	+	+	10
То же	То же	„	Без листьев, изолирован. черной бумагой	+	+	8
„	„	„	Облиств.	+	+	10
Туквуд	Дурман	„	„	—	—	10
Дурман	Дурман, привитый на Туквуд**	„	„	+	+	8
Дурман***	То же	Без листьев	„	+	+	8
Дурман (контроль)		Облиств.		+		—
Туквуд (контроль)		„		—		—

* Наличие атропина определялось действием вытяжки плодов и листьев на n. oculomotorii.

** Привит в корневую шейку.

*** Подвой изолирован черной бумагой.

Таблица 3

Проверка повторных прививок по вегетативному и семенному потомству

Подвой	Привой	Листовая поверхность		Морфологические признаки		Окраска цветков, плодов, клубней		Химический состав*		Проверка по потомству после двухкратной прививки	
		подвой	привой	подвой	привой	подвой	привой	подвой	привой	подвой	привой
N. glauca	N. tabacum	Облиств.	Облиств.	Норм.	Норм.	Желтые	Розовые	А, Н сл.	А	А	Н
N. tabacum	N. glauca	»	»	»	»	Розовые	Желтые	Н, А	А, Н сл.	Н	А
N. tabacum	S. lycopersicum (Туквуд)	»	»	»	»	»	Цв. желтые, пл. красные	Н	Н	Н	Н отс.
S. lycopersicum (Туквуд)	N. tabacum	»	»	»	»	Цв. желтые	Розовые	Н отс.	Н отс.	Н отс.	Н
D. stramonium	S. lycopersicum	»	»	»	»	Цв. белые	Цв. желтые, пл. красные	Ат	Ат	Ат	Ат отс.
S. lycopersicum	D. stramonium	»	»	»	»	Цв. желтые, пл. красные	Цв. белые	Ат отс.	Ат отс.	Ат отс.	Ат
S. demissum*	S. tuberosum (Лорх)	Нет листьев	»	Образ. клубни	»	Кл. синевато-белые	» »	—	—	Клубней не дает	Клубни дает
S. Antipoviczii**	То же	То же	»	То же	»	Кл. розоватые	» »	—	—	То же	То же
S. tuberosum (Herp)	»	»	»	Норм.	»	Кл. черные	Кл. белые, норм.	—	—	Кл. черные	Кл. белые
S. tuberosum (Вольтман)**	»	»	»	»	»	Кл. красные	То же	—	—	Кл. красные	То же
S. tuberosum (Herp)**	»	Облиств.	»	»	»	Кл. черные	»	—	—	Кл. черные	»
S. tuberosum (Вольтман)	»	»	»	»	»	Кл. красные	»	—	—	Кл. красные	»

* А — анабазин, Н — никотин, Ат — атропин, сл. — следы, отс. — отсутствует.

** Стебель подвоя изолирован черной бумагой.

Для дальнейшей проверки сделанных нами выводов мы применили еще один метод, который заключается в следующем.

Прививая в корневую систему подвоя томата корни табака (хотя бы несколько штук), мы обнаружили, что через некоторое время табак, привитый на томат, начинает синтезировать никотин, хотя, как известно, обычно табак, привитый на томат, перестает синтезировать никотин. Такие же результаты мы получили в аналогичных опытах с прививками томата и дурмана.

Дальше мы поставили себе задачу выяснить, были ли получены в упомянутых прививках новообразования или же мы имели здесь дело только с количественными изменениями.

Наиболее разительным примером такого изменения является прививка Nicotiana tabacum на N. glauca, когда привой совсем не образует никотина и синтезирует только анабазин. Но и здесь мы не имеем новообразования. Это только количественное нарастание того, что содержит растение, так как у табака установлено наличие следов анабазина ([13]).

Хорошим примером, подтверждающим это положение, является упомянутая выше обратная прививка N. glauca на N. tabacum. В этом случае в привое автономно синтезируется анабазин, а в подвое, наряду с никотином, образуется анабазин.

Таким образом, до сих пор мы имели дело только с количественными сдвигами. Однако имеются указания на то, что никотин может синтезироваться в привое томата на табаке([6]). Наши данные подтверждают появление никотина в листьях томата, привитого на табак, но мы склонны это объяснить не синтезом никотина в листьях томата, а поступлением никотина в листья томата из корней табака.

Мы считали необходимым проверить, насколько устойчива такая перестройка синтеза и передается ли она потомству. В табл. 3 представлены результаты такой проверки не только по Nicotiana, но и по другим растениям, с рассмотрением морфологических и других признаков.

В отношении морфологических признаков подвои и привои во всех прививках (табл. 3) вели себя совершенно автономно. В отношении окраски цветков, плодов и клубней все прививки вели себя одинаково: окраска различных органов привоя и подвоя развивалась автономно (табл. 3).

Следует отметить, что дикий картофель, не дающий в наших условиях клубней, под влиянием привоя культурного картофеля образует клубни (табл. 3).

Проверка передачи потомству полученных путем прививки изменений накопления алкалоидов (никотин, атропин), а также свойства дикого картофеля образовывать клубни показала, что полученные изменения потомству не передаются (табл. 3).

Таким образом, можно считать твердо установленным, что прививки не вызывают у растений каких-либо серьезных изменений, которые можно было бы рассматривать как вегетативные гибриды.

Кроме того, полученные данные свидетельствуют о том, что нет никаких оснований ориентировать практику на получение формового разнообразия посредством прививок.

Поступило
12 II 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Г. С. Ильин, ДАН, **59**, № 7 (1948). [2] С. Я. Краевой, И. Нечаев, ДАН, **31**, № 1 (1941). [3] С. Я. Краевой, ДАН, **54**, № 9 (1946). [4] С. Я. Краевой, ДАН, **60**, № 5 (1948). [5] А. А. Шмук, Д. Костов, А. Бороздина, ДАН, **26**, № 6 (1939). [6] А. А. Шмук, А. И. Смирнов, Г. С. Ильин, ДАН, **32**, № 5 (1941). [7] А. А. Шмук, Докл. ВАСХНИЛ, **11** (1940). [8] А. А. Шмук, В. Е. Писарев, Н. Виноградова, Докл. ВАСХНИЛ, **7** (1944). [9] А. А. Шмук, Усп. совр. биол., **21**, 1 (1946). [10] H. Böhme, Zs. f. Pflanzenzücht., **33**, H. 4 (1954). [11] K. Brix, Zs. f. Pflanzenzücht., **31**, H. 3 (1952). [12] R. Dawson, Am. J. Bot., **29**, № 1, № 10 (1942). [13] M. Ehrenstein, Habil. Schrift., Berlin, 1931. [14] R. Hieke, Planta, **33**, № 2 (1942). [15] H. Stubbe, Die Kulturpflanze, **2**, 1954.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ГЕНЕТИКА

М. Р. САРИЧ

ВЛИЯНИЕ РЕНТГЕНОВСКОГО ОБЛУЧЕНИЯ НА СЕМЕНА КУКУРУЗЫ РАЗЛИЧНОЙ СТЕПЕНИ ГИБРИДИЗАЦИИ

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 28 VI 1957)

В предыдущей работе ([3]) мы исследовали влияние облучения на семена различного возраста, а также различного уровня онтогенетического развития. Некоторые исследователи ([1, 2, 4]) изучали также эффект облучения в зависимости от биологических особенностей облученного материала. Между тем нам до сих пор не встретилось в литературе работ по изучению эффекта облучения в зависимости от гибридизации организмов. Поэтому мы приступили к изучению влияния рентгеновских лучей на кукурузу различной степени гибридизации. Эта проблема нам казалась интересной не только с общебиологической точки зрения, но и с точки зрения выяснения эффективности различных видов защиты от облучения.

Для исследования мы взяли семена кукурузы различной степени гибридизации, происходящие из США, а именно: 4 инбредные (родственные) линии (WF-9, 38-11, Ну и L-317), 2 простых гибрида (WF-9 × 38-11 и Ну × L-317) и двойной гибрид US-13 (WF-9 × 38-11 × Ну × L-317). Семена были облучены различными дозами рентгеновских лучей в Институте по изучению ядерной энергии им. Бориса Кидрича в Винчи. Условия облучения — 16 ма, 200 кв, алюминиевый фильтр толщиной 3 мм, расстояние от источника 20 см. Мощность дозы 1000 г/мин. Облученные семена всех вариантов опыта были посеяны в вегетационные сосуды в теплице. Растения росли и развивались в благоприятных условиях. Через 15 дней после появления всходов все растения были вынуты из сосудов, вымыты и помещены в сушилку при температуре 50°, после чего был произведен их морфологический анализ.

Процент растений, давших всходы, был высчитан во время перемещения растений из сосудов в сушилку. Полученные результаты показаны на табл. 1.

Всхожесть семян. Как видно из табл. 1, степень сопротивляемости облучению различна и находится в зависимости от инбредной линии. Самой чувствительной инбредной линией оказалась Ну, затем следуют WF-9 и L-317, а наибольшую сопротивляемость имеет инбредная линия 38-11. На основании данных о проценте взошедших растений, особенно при больших дозах облучения, можно констатировать, что инбредные линии менее устойчивы к облучению, чем простые или происходящие от двойного гибрида. Так, например, при дозе в 25 000 г инбредная линия Ну не взошла вообще, а L-317 дала 40% всхожести, в то время как семена простого гибрида Ну × L-317 при той же дозе облучения дали 64% всхожести. Следовательно, по своей устойчивости к облучению эти две инбредные линии различны. При скрещивании этих двух инбредных линий, т. е. при соединении их характерных признаков, получается гибрид более устойчивый к облучению, даже в том случае, если при образовании гибрида имелась компонента стопроцентно неустойчивая к облучению. Это доказывает, что гибридизация дает потомство более жизнеспособное и устойчивое к облучению. Подобный случай мы обнаружили не только у вышеупомянутого гибрида, но также и у другого

Таблица 1

Влияние облучения на рост и развитие кукурузы различной степени гибридизации

Доза облучения в г	Сорт кукурузы						
	WF-9	38-11	WF-9 × ×38-11	Ну	L-317	Ну × ×L-317	US-13
	Абсолютный вес семян в г						
	276,5	221,45	238,75	243,85	209,65	234,45	306,00
	Содержание влаги в семенах в %						
	11,49	11,34	10,82	12,00	11,50	11,15	12,13

Доза облучения в г	Сорт кукурузы						
	WF-9	38-11	WF-9 × ×38-11	Ну	L-317	Ну × ×L-317	US-13
	Абсолютный вес семян в г						
	276,65	221,45	238,75	243,85	209,65	234,45	306,00
	Содержание влаги в семенах в %						
	11,49	11,34	10,82	12,00	11,50	11,15	12,13

Всхожесть семян в %

0	98	100	100	100	92	100	100
2500	96	100	100	96	92	100	100
5000	96	100	100	96	90	100	100
7500	96	100	100	92	84	96	100
10000	92	98	100	92	82	96	96
12500	80	92	96	80	80	90	92
15000	74	80	92	72	75	84	90
20000	56	60	90	56	60	76	80
25000	26	52	80	0	40	64	76

Длина корней в см

0	35,65	32,95	32,80	31,40	33,50	34,30	42,95
2500	35,95	24,80	31,70	27,05	28,60	30,12	39,00
5000	23,50	20,60	30,15	25,55	23,20	29,35	39,00
7500	20,30	18,92	25,25	14,70	18,30	25,00	30,05
10000	19,20	17,40	24,65	13,20	14,90	19,70	25,35
12500	17,90	16,40	22,40	12,42	12,50	18,05	22,44
15000	16,18	14,00	18,40	10,00	11,47	16,00	19,80
20000	13,05	13,15	17,80	9,42	10,50	14,00	18,75
25000	4,00	8,76	16,00	0,00	7,73	10,18	15,60

Число первичных корней

0	3,80	3,00	3,70	4,35	1,15	3,65	3,70
2500	3,20	3,20	3,75	4,40	1,11	3,60	3,70
5000	3,05	3,15	3,70	4,30	1,00	3,25	3,60
7500	2,75	2,95	3,05	3,60	1,00	3,15	3,56
10000	2,70	2,80	3,50	3,35	1,00	3,00	3,50
12500	2,65	2,71	3,25	3,13	1,00	2,95	3,27
15000	2,45	2,65	2,94	3,05	1,00	2,90	3,05
20000	2,40	2,50	2,80	2,90	1,00	2,84	2,95
25000	2,35	2,49	2,75	0,00	1,00	2,81	2,80

Длина надземной части растения в см

0	24,05	22,85	26,40	18,45	18,95	19,55	23,70
2500	24,15	22,05	25,95	17,77	18,75	19,37	23,65
5000	23,10	20,05	23,65	17,70	18,70	18,42	22,50
7500	20,00	18,22	21,75	13,42	14,15	18,22	17,90
10000	20,15	18,00	20,70	12,15	14,00	17,45	17,80
12500	14,52	16,45	19,60	11,92	11,15	15,17	15,75
15000	15,37	13,55	19,27	10,22	8,29	14,98	14,00
20000	9,25	10,10	18,40	7,78	7,65	13,50	13,83
25000	4,00	8,88	17,60	0,00	6,43	10,28	12,20

Число вторичных корней

0	4,95	5,40	4,30	5,70	5,50	4,45	5,00
2500	4,80	5,10	4,25	5,45	5,15	4,60	5,10
5000	4,90	5,00	4,25	5,00	4,55	4,40	4,90
7500	4,70	5,00	4,10	4,35	4,50	4,35	4,90
10000	4,45	5,00	4,05	4,15	4,30	4,25	4,80
12500	4,25	4,95	4,00	3,70	3,55	4,05	3,94
15000	4,00	4,85	3,90	3,50	2,35	3,80	3,65
20000	3,85	4,10	3,85	1,14	2,00	3,50	3,15
25000	0,10	1,55	3,70	0,00	0,80	3,37	2,60

Вес целого растения в г

0	0,259	0,174	0,234	0,185	0,156	0,188	0,238
2500	0,250	0,175	0,231	0,186	0,151	0,180	0,235
5000	0,246	0,170	0,226	0,181	0,150	0,180	0,230
7500	0,191	0,151	0,217	0,115	0,124	0,170	0,194
10000	0,172	0,151	0,211	0,112	0,110	0,160	0,188
12500	0,163	0,133	0,186	0,080	0,104	0,137	0,151
15000	0,140	0,102	0,176	0,073	0,102	0,129	0,132
20000	0,100	0,090	0,154	0,055	0,085	0,115	0,128
25000	0,035	0,064	0,145	0,000	0,054	0,108	0,115

простого гибрида и у двойного гибрида (см. табл. 1). Двойной гибрид US-13 был устойчивее к облучению, чем все 4 инбредные линии, являющиеся его компонентами. Большая устойчивость гибридов к облучению в сравнении с инбредными линиями — их компонентами видна не только по проценту всхожести, но также и по росту и развитию растений, т. е. по их морфологическим признакам.

Число первичных и вторичных корней. Под первичными корнями мы подразумеваем все корни, которые появляются из эмбриона, т. е. из гипокотиля, а под вторичными — корни, появляющиеся из эпикотиля стебля. Из данных табл. 1 видно, что для каждой инбредной линии характерно определенное число первичных корней, а у гибридов число первичных корней имеет промежуточное значение. Между тем при больших дозах облучения у гибридов оказалось больше первичных корней, чем у инбредных линий, что доказывает большую устойчивость гибридов к облучению. Число вторичных корней при больших дозах облучения было также больше у гибридов по сравнению с их компонентами.

Длина корня и надземной части растения. Из табл. 1 видно, что длина корней, а также длина надземной части растений была больше у гибридов, чем у соответствующих инбредных линий, т. е. их

компонент. Это является результатом скрещивания. Так, например, разница между длиною надземной части у необлученных инбредных линий WF-9 и 38-11 и у их гибрида равняется соответственно 2,35 и 3,55 см в пользу гибрида, в то время как разница у растений, полученных из семени, облученного дозой 2500 r, составляет 13,60 и 8,72 см. Кроме того, разница в длине надземной части у контрольных растений и у растений, полученных из семян, предварительно облученных большими дозами рентгеновских лучей, значительно бóльшая у инбредных линий, чем у гибридов. Так, разница в длине надземной части у контрольных растений и у растений инбредной линии WF-9, облученных дозой 25 000 r, равняется 20,05 см, а у линии 38,11 13,97 см, в то время как у их гибрида эта разница составляет всего 8,80 см.

Вес целого растения. Как видно из данных табл. 1, бóльшая устойчивость к облучению гибридов по сравнению с растениями соответствующих инбредных линий, доказывается также весом целого растения.

Таким образом, все полученные нами результаты подтверждают, что гибриды более устойчивы к облучению, чем инбредные линии — их компоненты.

Институт растениеводства Земун-Поле
Югославия

Поступило
3 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. П. Бреславец, Растение и лучи Рентгена, М., 1946. [2] A. M. Kuzin, International Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy, Geneva, 1955. [3] M. R. Sarić, Rad. Res., 6, 161 (1957). [4] A. H. Sparow, J. E. Gunckel, International Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy, Geneva, 1955.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ГИДРОБИОЛОГИЯ

О. И. КОБЛЕНЦ-МИШКЕ

О ПРОДУКЦИИ ФИТОПЛАНКТОНА В СЕВЕРО-ЗАПАДНОЙ ЧАСТИ ТИХОГО ОКЕАНА ВЕСНОЙ 1955 г.

(Представлено академиком Е. Н. Павловским 26 VI 1957)

Во время рейса экспедиционного судна «Витязь» в северо-западную часть Тихого океана в мае — июне 1955 г. были продолжены определения первичной продукции, начатые осенью 1954 г. ([1]). Работа велась по методике, сходной с той, которая применялась в 1954 г. Вода для опытов бралась с определенной глубины батометром и наливалась в светлые и затемненные склянки, которые затем экспонировались в течение дня. В части опытов экспозиция склянок, наполненных водой, набранной с разных горизонтов, производилась на палубе, а в части они опускались на те же глубины, с которых бралась вода для их заполнения. В начале и в конце опытов в склянках определялось содержание кислорода. В светлых склянках за счет преобладания фотосинтеза над дыханием оно обычно возрастало, а в темных, где происходило только дыхание,— падало. Зная эти изменения содержания кислорода, можно было высчитать продукцию органического вещества.

Исследования охватили те же водные массы, что и в предыдущем рейсе, находящиеся, правда, в другом сезонном состоянии. В самой южной части района исследования располагалась субтропическая водная масса теплого течения Куро-Сио. Северную часть района занимала субарктическая водная масса (бореальная биогеографическая область). Она делилась на две резко различные по экологическим условиям зоны: океаническую и неритическую (прибрежную). В неритической зоне наблюдалось массовое развитие фитопланктона до «цветения воды». И, наконец, промежуточное положение занимала зона смешения вод Куро-Сио с бореальными водами ([2]).

На рис. 1 представлены полученные данные. Как легко убедиться, наиболее продуктивной оказалась прибрежная зона бореальной области. У восточного побережья Камчатки за день в 1 л воды накапливалось в процессе фотосинтеза водорослей больше 1 мг органического углерода, что сопровождалось выделением до 2 мг кислорода. На дыхание всех организмов, населяющих воду—водорослей, бактерий и мелких животных — тратилось около 10% кислорода, выделившегося в процессе фотосинтеза фитопланктона.

В океанической зоне бореальной области, напротив, продукция фитопланктона была очень низкой — накапливались сотые миллиграмма углерода в литре за сутки. В этой зоне продукция была низкой, несмотря на то, что запас биогенных элементов был довольно велик (данные химического отряда). Столь же незначительна была продукция фитопланктона в водах Куро-Сио, но там биогенных элементов значительно меньше. Количество P и N было настолько мало, что обычными гидрохимическими методами их нельзя было обнаружить.

В зоне смешения и в прилегающей к ней южной части океанической зоны бореальной области продукция была несколько выше. Там наблюдалось накопление нескольких десятых миллиграмма C за день. Все или почти все количество органических соединений, накопившихся за день, тратилось

на дыхание, которое в этом районе протекало очень интенсивно. Возможно, однако, что полученные относительно этого района данные вовсе не свидетельствуют о средней продукции, а являются результатом разницы в развитии бактерий в светлых и в темных склянках ([3]).

Все приведенные цифры относятся к воде, взятой с поверхности. В некоторых опытах было обнаружено изменение размеров выделения кислорода (и, следовательно, продукции) с глубиной. Особенно четко эта картина про-

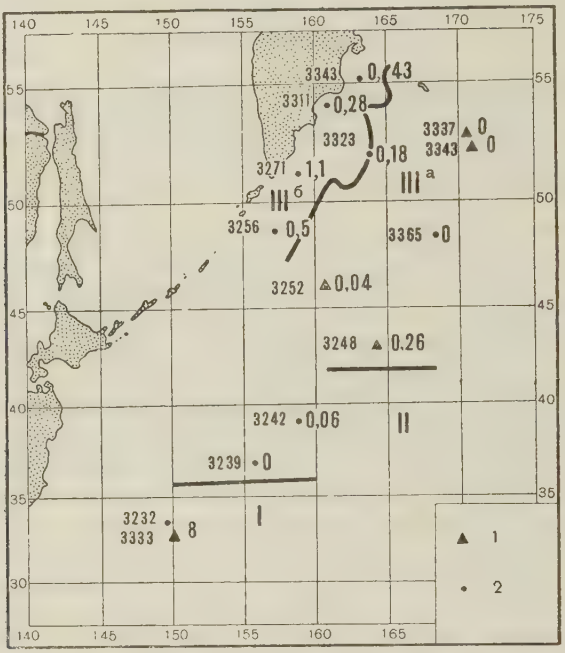


Рис. 1. Распределение продукции фитопланктона по площади северо-западной части Тихого океана весной 1955 г. *I* — воды Куро-Сио, *II* — зона смешения, *III* — субарктические воды (*IIIа* — океаническая зона, *IIIб*—неритическая зона); *1* — экспозиция опытов в море, *2* — экспозиция опытов на палубе. Цифры слева — №№ станций, цифры справа — валовая продукция органического вещества (С, мг/л)

явилась на прибрежных станциях из района «цветения моря», где продукция была значительной. На рис. 2 приведены результаты некоторых опытов. Поскольку экспозиция в большинстве из них проводилась не в условиях естественного освещения, а на палубе, результаты, полученные относительно нижних горизонтов, завышены. Это видно на примере опыта № 5, где одна из параллельных серий экспонировалась на палубе, а другая — в море. Оказалось, что в то время как в воде с горизонтов 50 и 75 м, экспонированной на палубе, еще происходит некоторое выделение кислорода, в воде с тех же горизонтов, экспонированной при естественных условиях освещения, происходит только его поглощение.

Из полученных результатов можно также судить о расположении слоя максимума фотосинтеза в районе «цветения». Максимальное выделение кислорода в большинстве опытов происходило на глубине около 10 м (рис. 2). Можно считать, что на этот результат не повлияли условия экспонирования, а если и повлияли, то только в сторону преуменьшения результатов, полученных для воды, взятой с 10 м, поскольку условия освещения на поверхности для водорослей менее благоприятны, чем условия освещения на глубине 10 м.

Настоящая работа дала результаты, очень близкие к полученным Богоровым и Беклемишевым (1). Как порядок величин, полученных на «Витязе», так и размещение районов разной продуктивности, хорошо согласуются с литературными данными. Низкая продуктивность тропических водных

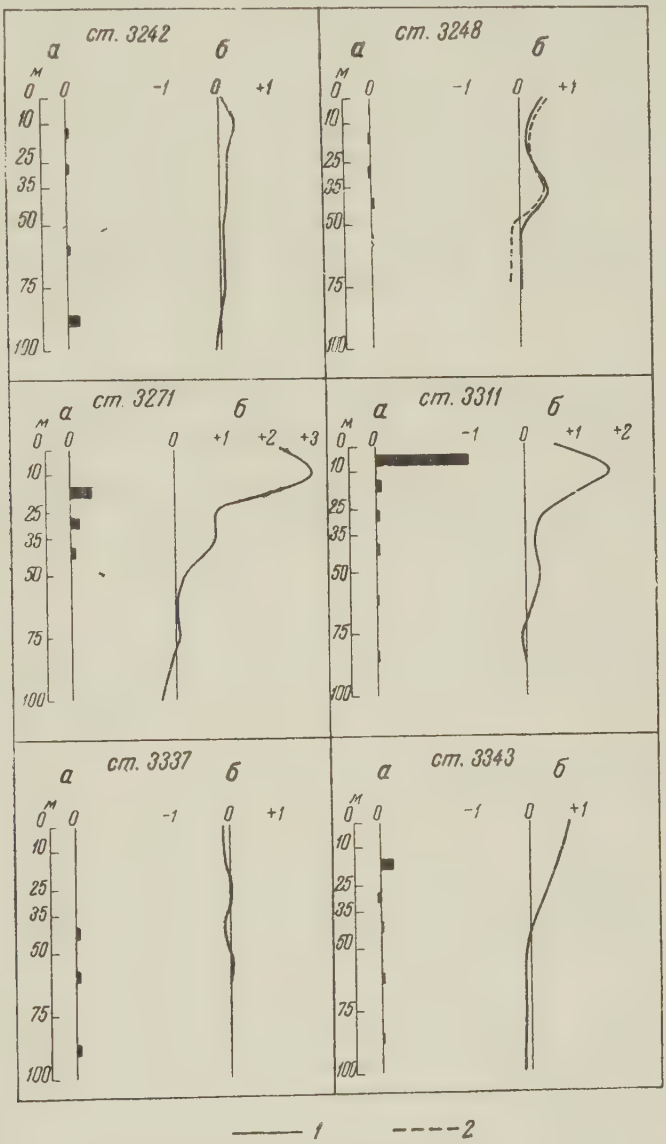


Рис. 2. Изменение вертикальной устойчивости водных слоев (*а*) и продукции фитопланктона (O_2, мл/л) (*б*) с глубиной. *1* — экспозиция на палубе, *2* — экспозиция в море

масс была констатирована Нильсеном (4), Саржентом (5) и Райли (6). Низкой продукции здесь соответствует почти полное отсутствие биогенных элементов. Высокая продукция в прибрежной зоне бореальной области также хорошо совпадает с обычными представлениями.

Хорошо объяснимы средние значения продукции в зоне смешения, поскольку здесь наблюдались средние концентрации фосфатов. Несколько труднее понять причину низкой продукции в океанической зоне бореальной области. Условия температуры, освещения и снабжения биогенными эле-

ментами мало отличались от тех, которые наблюдались на прибрежных станциях. Сильно отличались только условия перемешивания (данные гидрологического отряда), которые определялись градиентом плотности воды (устойчивостью). На прибрежных станциях, где устойчивость была велика, верхний слой воды не вовлекался в обмен с нижележащими, и водоросли имели возможность интенсивно размножаться. Совсем другая картина наблюдалась на океанических станциях. В процессе интенсивного перемешивания, которое было возможно благодаря низкой устойчивости, из фотосинтетического слоя в глубинные увлекались клетки водорослей, которые отмирали в результате недостатка света (рис. 2).

Таким образом, низкая устойчивость, возможно, является основной причиной малой продуктивности океанической зоны бореальной области. Наряду с низкой устойчивостью здесь может играть роль также недостаток биогенных элементов, в частности азота, железа или органических соединений типа ростовых веществ, а также разница в условиях выедания.

Поступило
24 IX 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. Г. Богоров, К. В. Беклемишев, ДАН, **104**, № 1 (1955). [2] Г. И. Семина, ДАН, **110**, № 3 (1956). [3] E. Steemann Nielsen, Nature, 176, 533 (1955). [4] E. Steemann Nielsen, J. Cons. Intern. perm. pour l'expl. de la mer, **19**, № 3 (1954). [5] M. Sargent, F. Austin, Trans. Am. Geophys. Union, **30**, № 2 (1949). [6] G. Riley, J. Marine Res., **2**, № 1 (1939).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

К. А. БАДАНОВА

ВОДНЫЙ РЕЖИМ РАСТЕНИЙ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ СТРУКТУРНОЙ И ГИДРОФИЛЬНОЙ ВЯЗКОСТИ ПРОТОПЛАЗМЫ

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 25 VI 1957)

Согласно современному представлению, катионы и анионы оказывают азличное действие на коллоидно-химические свойства протоплазмы ([1-4]). Мы установили, что катионы и анионы солей далеко не одинаково действуют на устойчивость растений к неблагоприятным условиям внешней сре-ы ([5]). Мы высказали предположение о том, что катионы оказывают опре-еленное влияние на степень набухаемости клеточных коллоидов, а действие нионов проявляется на электростатических силах боковых цепочек бел-овых молекул.

В связи с этим представляло определенный интерес определить действие атионов и анионов органических солей на степень набухаемости коллоидов ротоплазмы, что несомненно должно найти свое отражение и на водном ежиме растений. Это и побудило нас изучить изменение водного режима астений в зависимости от действия различных ионов на плазму.

В качестве показателей изменения водного режима растений служили ам количество воды различных форм и степень гидрофильности коллоидов. Интегральным показателем изменения обмена веществ являлась интенсив-ость дыхательного процесса.

Общее содержание воды определялось общепринятым методом; содержа-ие связанной воды — по методу Маринчик ([6]); определение степени гидро-ильности коллоидов — по методу Думанского ([7]); интенсивность дыха-ия — с помощью прибора Варбурга.

В качестве опытного объекта, как и в предыдущем исследовании ([5]), нами спользовался подсолнечник сорта Ждановский 8281 и Саратовский 169. Опытные растения выращивались в вегетационном домике Института физио-огии растений им. К. А. Тимирязева АН СССР при 60%-й влажности (от олной влагоемкости почвы).

Опыты проводились с растениями, находящимися в фазе начала обра-ования корзинки. Для опыта использовались листья 6—8 ярусов (отсчет низу). Техника обработки растений опытными растворами заключалась следующем: вырезанные квадраты из листьев (50 × 50 мм) помещались а 30 мин. в чашки Коха с растворами хлористых солей алюминия, магния, альция, натрия, а также лимоннокислого и щавелевокислого натрия 0,05 *М*). Контролем служили квадраты листьев, находящиеся в дистилли-ованной воде. После этого вырезки листьев вынимались из раствора, просу-ивались фильтровальной бумагой и поступали для определения общего одержания воды, связанной воды, степени гидрофильности коллоидов ротоплазмы и интенсивности дыхания.

Полученные результаты по определению различных форм воды в листьях одсолнечника представлены в табл. 1.

Как видно из табл. 1, общее содержание воды у обработанных листьев о сравнению с контрольными, за некоторым исключением, несколько сни-кается. Особенно заметное снижение общего содержания воды наблюдается ри обработке листьев хлористым кальцием. Представляет интерес то, что од действием этой соли в клетках происходит перераспределение форм

воды — увеличивается количество связанной воды за счет уменьшени свободной. Хлористый натрий, незначительно изменяя общее содержани воды в клетке, вызывает заметное увеличение связанной и уменьшение св бодной воды. Обработка листьев растворами лимоннокислого и щавелев кислого натрия вызывает снижение содержания связанной и повышение св бодной воды. Аналогичное же действие на водный режим листьев оказыва хлористые соли алюминия и магния.

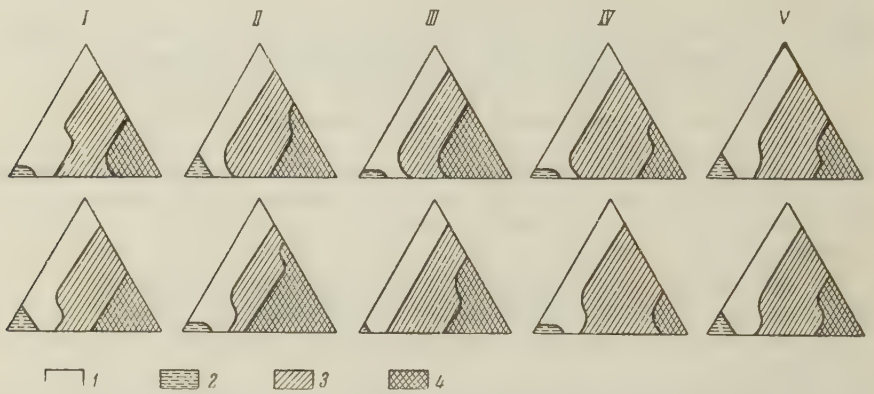


Рис. 1. Треугольная диаграмма коагуляции гидрозоля из листьев подсолнечника. Обработка: *I* — дистиллированной водой; *II* — 0,05 *M* раствором NaCl; *III* — 0,05 *M* раствором $CaCl_2$; *IV* — 0,05 *M* раствором лимоннокислого натрия; *V* — 0,05 *M* раствором щавелевокислого натрия. *А* — сорт Саратовский 169; *Б* — сорт Ждановский 8281 *1* — расслоение, *2* — помутнение, *3* — неполная коагуляция, *4* — полная коагуляция

В зависимости от содержания различных форм воды в листьях растени изменяется и степень гидрофильности коллоидов протоплазмы. В частности увеличение содержания связанной воды в листьях, обработанных растворами хлористого кальция и натрия, обусловливает повышение степени гидрофильности коллоидов, в то время как уменьшение содержания связанной воды в листьях после обработки их растворами лимоннокислого и щавелевокислого натрия снижает степень гидрофильности коллоидов, что видно из рис. 1.

Как показывает рис. 1, катионы кальция и натрия обусловливают увеличение площади полной коагуляции, что говорит о повышении гидрофильности коллоидов листа, и, наоборот, анионы лимонной и щавелевой кислот

Таблица 1

Влияние катионов и анионов на содержание воды в листьях подсолнечника (в %) (среднее из 5 определений)

Обработка	Саратовский 169			Ждановский 8281		
	связ. вода	своб. вода	общая вода	связ. вода	своб. вода	общая вода
Контроль (вода)	16,37	83,63	84,25	13,47	86,53	83,54
$AlCl_3$	13,25	86,75	84,62	13,05	86,95	82,13
$CaCl_2$	19,26	80,74	82,62	19,51	80,49	81,79
$MgCl_2$	14,94	85,06	83,26	13,34	86,66	82,52
NaCl	18,35	81,65	84,01	18,68	81,32	82,68
Натрий лимоннокислый	13,83	86,17	81,46	10,26	89,74	82,80
Натрий щавелевокислый	13,88	86,12	83,66	12,00	88,00	83,05

вызывают уменьшение площади полной коагуляции золя, что свидетельствует о снижении гидрофильности коллоидов протоплазмы.

Вышеприведенные данные убеждают нас в том, что катионы кальция и натрия повышают степень оводненности биоколлоидов, тогда как анионы лимонной и щавелевой кислот снижают оводненность протоплазмы.

Следует подчеркнуть, что интенсивность дыхания обработанных листье

в свою очередь резко изменяется в зависимости от степени оводненности коллоидов протоплазмы. В табл. 2 представлены данные по изменению интенсивности дыхания опытных и контрольных листьев подсолнечника.

Данные табл. 2 показывают, что катионы кальция, алюминия и магния вызывают понижение интенсивности дыхания. Катион натрия и анионы лимонной и щавелевой кислоты не оказывают заметного влияния на интенсивность дыхания.

Таблица 2

Влияние катионов и анионов на интенсивность дыхания листьев подсолнечника (среднее из 5 определений)

Обработка	Интенсивность дыхания в µл	
	Саратовский 169	Ждановский 8281
Контроль (вода)	706,6	771,7
$AlCl_3$	606,6	—
$CaCl_2$	579,3	533,3
$MgCl_2$	687,0	754,3
NaCl	723,9	774,6
Натрий лимоннокислый	798,3	744,9
Натрий щавелевокислый	745,2	770,6

Сопоставляя данные табл. 2 и 1 можно убедиться в том, что катион кальция, вызывая увеличение оводненности коллоидов клеток, понижает интенсивность дыхания, тогда как катион натрия, обусловливая повышение оводненности коллоидов, практически не вызывает изменения интенсивности дыхания. Анионы лимонной и щавелевой кислот, заметно уменьшая оводненность коллоидов, в одном случае незначительно повышают интенсивность дыхания (Саратовский 169), а в другом не вызывают существенных изменений.

Подобное изменение оводненности коллоидов протоплазмы и интенсивности дыхания указывает на различное действие катионов и анионов на протоплазму клеток.

Представляет интерес сопоставить полученные результаты с данными ранее опубликованной работы ([5]). В этом исследовании нами было установлено, что катионы кальция и анионы лимонной и щавелевой кислот, повышая вязкость протоплазмы, оказывают различное действие на устойчивость растений к неблагоприятным условиям внешней среды (высокая температура). Это дало нам повод высказать предположение о наличии у растений гидрофильной и структурной вязкости.

Таким образом, повышение вязкости протоплазмы, вызываемое катионом кальция, сопровождается, как показали опыты, увеличением оводненности плазмы и понижением интенсивности дыхания. При повышении вязкости протоплазмы, вызываемом анионами лимонной и щавелевой кислот, наблюдается обратная закономерность, а именно; понижение оводненности не сопровождается заметным изменением интенсивности дыхания.

Все вышеизложенное подтверждает высказанное нами предположение ([5]) о наличии у растений нескольких видов вязкости протоплазмы. Гидрофильная вязкость протоплазмы, по нашим данным, характеризуется повышенной оводненностью протоплазмы и пониженным обменом веществ. Для структурной вязкости протоплазмы характерна пониженная оводненность протоплазмы и небольшие изменения в интенсивности дыхания.

В заключение считаю своим долгом выразить глубокую благодарность проф. П. А. Генкелю за руководство работой.

Институт физиологии растений им. К. А. Тимирязева
Академии наук СССР

Поступило
24 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Н. Г. Холодный, Biochem. Zs., 1—2 (1924). [2] Н. Г. Холодный, Е. Зенкевич, Protoplasma, **20**, H. 1 (1933). [3] Д. А. Сабинин, Физиологические основы питания растений, Изд. АН СССР, 1955. [4] П. А. Генкель, И. В. Цветкова, ДАН, **74**, № 5 (1950). [5] П. А. Генкель, К. А. Баданова, Физиол. раст., **3**, в. 5 (1956). [6] А. Ф. Маринчик, Сборн. Биологические основы орошаемого земледелия, Изд. АН СССР, 1957, стр. 584. [7] А. В. Думанский, Журн. Русск. физ-хим. общ. при Ленингр. унив., **62**, в. 7 (1930).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ЗООЛОГИЯ

В. П. ЛУФЕРОВ

ПИТАНИЕ ЛИЧИНОК ABLABESMYIA MONILIS L. (DIPTERA, TENDIPEDIDAE)

(Представлено академиком Е. Н. Павловским 3 VII 1957)

Личинки Ablabesmyia monilis чрезвычайно широко распространены среди прибрежной растительности пресноводных водоемов. По характеру питания они представляют собой типичных хищников. Питание хищных личинок тендипедид, как, впрочем, и вообще питание тендипедид, изучено плохо. Мы поставили перед собой задачу выяснить способ питания и качественный состав пищи и дать количественную характеристику питания всех личиночных стадий A. monilis. С этой целью производились вскрытия кишечников личинок, пойманных в прибрежной зоне Рыбинского водохранилища и выведенных в лаборатории, и ставились серии опытов по выяснению суточного рациона и влияния на него температуры для II, III и IV возрастов личинок.

По наблюдениям в водоеме и лаборатории нам удалось с полной несомненностью установить, что личинки A. monilis I возраста проходят планктонную стадию и большую часть времени проводят в толще воды. В литературе уже есть указания на наличие планктонной стадии у личинок тендипедид I возраста ([1], [4]), однако поведение планктонных личинок у разных видов имеет, видимо, свои специфические особенности. Кроме пассивного парения, известного для личинок Glyptotendipes ([4]), личинки A. monilis обладают еще способностью активного плавания путем энергичного изгибания тела. Кроме того, в отличие от Glyptotendipes, личинки A. monilis время от времени опускаются на водоросли, ползают по ним и затем вскоре вновь поднимаются в толщу воды. Питание личинок происходит в период их оседания на растительность. При вскрытии личинок I возраста, взятых из водоема, в кишечниках были обнаружены только детрит и водоросли следующего состава: диатомовые — Cyclotella sp., Synedra sp., Navicula sp.; эвгленовые — Trachelomonas hispida; зеленые — Tetraspora sp., Scenedesmus bicaudatus, Eudorina sp., Oocystis sp., Chlorella sp., Tetraedra sp.; сине-зеленые — Anabaena sp.

В лабораторных условиях мы предприняли ряд опытов для выяснения состава корма, наиболее благоприятного для развития личинок I возраста. Каждый вид корма предлагался 90 личинкам, размещенным в трех чашках Петри (по 30 штук в каждой).

Нам часто приходилось наблюдать гибель личинок при тех условиях содержания, когда они могли питаться только одними водорослями. Стараясь уточнить роль водорослей в питании личинок, мы в первой серии опытов содержали A. monilis в чистых культурах водорослей, состоявших из Scenedesmus sp., Synedra sp., Nitschia sp., Ankistodesmus sp., Coelosphaerium sp. Личинки питались слабо и погибали на пятый день. Усвояемость водорослей была явно низкой, так как почти все клетки водорослей в кишечниках личинок за исключением единичных оставались с неразрушенными хроматофорами.

Во второй серии опытов личинки содержались в культуре водорослей в смеси с растительным детритом, соскобленным с поверхности водных растений. Личинки тоже погибали, но гибель их наступала на девятый день.

В третьей серии опытов личинки выращивались на простейших, полу-

ченных на сенном настое. Смертность личинок была незначительной, они росли и развивались. На одиннадцатый день началась линька и закончилась на 17 день.

В четвертой серии опытов личинки выращивались на простейших с добавлением растительного детрита. Линька в этом случае началась тоже на 11 день, но закончилась уже на 14, продолжаясь всего четыре дня.

Таким образом, из опытов следует, что кормление одними простейшими обеспечивает нормальное развитие личинок. Одних водорослей для питания личинок явно недостаточно, но прибавление растительного детрита, видимо, ускоряет развитие, что обусловлено, очевидно, обилием бактерий в детритных частицах ([5], [6]).

Водоросли, встречающиеся в кишечниках личинок, собранных в природе, вероятно захватываются случайно вместе с детритом и простейшими.

Хищничать личинки A. monilis впервые начинают со II возрастной фазы, хотя в кишечниках еще встречается детрит и водоросли. Личинки нападают на мелких личинок тендипедид I—III возрастов и высасывают их содержимое. Высасывание является для II возраста почти единственным способом питания. Порой личинки делают попытки нападать на более крупных тендипедид, олигохет, ракообразных, но размеры жертвы, плотность ее покровов и подвижность ограничивают действия хищника.

На III возрастной фазе черты личинки как хищника получают дальнейшее развитие. Прежде всего полностью прекращается потребление водорослей детрита. Наряду с высасыванием пищи приобретает большое значение заглатывание жертвы целиком. Увеличение размеров личинки и вместе с тем появление второго способа питания обогащает качественный состав пищи. К числу новых пищевых объектов относятся олигохеты, низшие ракообразные и более крупные тендипедиды.

У личинок IV возраста по качественному составу пища почти не отличается от пищи личинок III возраста. Предпочитая тендипедид, личинки поедают следующие формы: Psectrocladius ex gr. psilopterus, Polypedilum sp., Cricotopus ex gr. silvestris, Glyptotendipes sp., Corynoneura sp., Thienemanniella sp. Из олигохет в кишечнике встречены одни Stylaria sp.; из Entomostraca отмечено поедание Sida crystallina; Acroperus harpae, Chydorus sphaericus, Cyclops strenuus, Ostracoda и из водных клещей— Hydracarina sp.

Прекращают питаться личинки A. monilis поздно — за 4—5 часов до окукливания.

Личинки нападают только на подвижную жертву. Интересно, что двигающуюся жертву A. monilis обнаруживает на расстоянии 1—1,5 см и поворачивает в ее сторону голову. При этом антенны выдвигаются вперед до отказа и все время находятся в движении, обшаривая все вокруг. Таким образом, не переставая шевелить антеннами, хищник как бы наощупь осторожно двигается по направлению к жертве. Коснувшись концами антенн жертвы, личинка на мгновение вся замирает и затем сильным броском кидается на нее. Глубоко вонзившись в тело жертвы острыми саблевидными мандибулами, личинка тем самым плотно прикрепляется к ней и несмотря на энергичные движения жертвы не бросает ее. Рана на теле жертвы производится проколом покровов мандибулами и глоссой. В дальнейшем начинается высасывание, перекачивание содержимого жертвы в кишечник. При этом основную роль играет глосса. Придвигаясь к ранке остриями вперед, она загребает жидкое содержимое внутренностей жертвы и повернувшись остриями сначала вертикально, а затем назад, отходит к глотке, которая в этот момент расширяется и принимает порцию пищи. Затем глосса отходит опять вперед за новой порцией пищи, а глотка и пищевод производят сократительные движения и проталкивают пищу в кишечник.

Процесс высасывания пищи происходит при энергичном сопротивлении жертвы. При этом хищник почти не реагирует на резкие изгибы тела бьющейся жертвы и поэтому, увлекаемый движениями последней, принимает самые разнообразные положения.

Среднесуточный рацион личинок A. monilis изучался при различных постоянных температурах, а именно 5, 10, 20 и 27°. Опыты со всеми возрастными стадиями личинок, кроме I, ставились с живыми A. monilis без применения вскрытий кишечников. Продолжительность опыта с личинками каждого возраста при каждой температуре составляла 13—15 дней. При этом через один-два дня подопытные экземпляры личинок заменялись другими экземплярами того же возраста. В качестве корма служили личинки Tendipes plumosus. Через каждые два-четыре часа производилась проверка хода потребления пищи, после чего для поддержания постоянной плотности корма в опыт добавлялись новые личинки T. plumosus в соответствии с количеством съеденных.

Таблица 1

Влияние температуры на среднесуточный рацион личинок Ablabesmyia monilis при питании их личинками Tendipes plumosus

Возраст личинок A. monilis	Вес съеденных за сутки личинок T. plumosus в % к весу личинки A. mobilis		
	при 10°	при 20°	при 27°
II	250	833,3	1480
III	120	520	1000
IV	14	518	260

Вес всех съеденных за сутки личинок относился к весу подопытной личинки A. monilis, принятому за 100 %.

Небольшая интенсивность питания наблюдалась у личинок II возраста. При этом с повышением температуры среднесуточный рацион, как видно из табл. 1, резко возрастал. Интенсивность питания личинок III возраста значительно снижалась. У личинок IV возраста тенденция падения среднесуточного рациона наблюдалась только при 10° и, особенно, при 27°. При температуре 20° среднесуточный рацион личинок IV возраста фактически не отличался от рациона личинок III возраста при той же температуре. По всей вероятности, температура 20° близка к оптимальной.

При 5° личинки A. monilis всех возрастов переходят в состояние анабиоза и не питаются. При этой температуре личинки A. monilis почти не двигаются. С дальнейшим понижением температуры до 0° и ниже личинки в водоеме вмерзают в лед. Обкалывая лед в промерзшем до дна прибрежье Рыбинского водохранилища и постепенно растопляя его в лаборатории, мы в большом количестве находили личинок A. monilis, в основном III возраста, на водной растительности. После оттаивания личинки оказывались живыми и интенсивно двигались. В промерзшем грунте личинок почти не встречалось. Кроме III возраста попадались в небольшом количестве личинки II и IV возрастов. Таким образом, личинки A. monilis, вмерзшие в лед в зимний период, входят в состав «пагона». Вмерзание тендипедид в лед отмечалось уже многими авторами ([2], [3], [7]).

Институт биологии водохранилищ
Академии наук СССР

Поступило
26 VI 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Н. К. Алексеев, Вопр. ихтиол., в. 5 (1955). [2] И. В. Болдырева, Гидробиол. журн. СССР, **9**, № 1—3 (1930). [3] В. Н. Грезе, Зоол. журн., **26**, в. 1 (1947). [4] Ф. Д. Мордухай-Болтовский, А. И. Шилова, ДАН, **105**, № 1 (1955). [5] А. Г. Родина, ДАН, **67**, № 6 (1949). [6] А. Г. Родина, Природа, № 10 (1949). [7] V. A. Mayenne, Arch. f. Hydrobiol., **25**, № 4 (1933).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ЗООЛОГИЯ

П. И. ПАВЛОВ

О ПОМЕСИ ЛЕЩА И ПЛОТВЫ (ABRAMIS BRAMA DANUBII PAVLOV × RUTILUS RUTILUS (LINNÉ) ИЗ ЛИМАНА КИТАЙ

(Представлено академиком Е. Н. Павловским 26 VI 1957)

При изучении придунайского леща (1) из лимана Китай в 1949—1950 г. три экземпляра рыб обратили на себя внимание некоторыми признаками, не свойственными этому виду:

Таблица 1

	№ 1	№ 2	№ 3	Исходные формы из придунайских водоемов	
				лещ	плотва
Пол	♀	♂	♂	—	—
Вес половых продуктов, % к весу тела	6,0	—	—	—	—
Длина тела, см	15,7	13,9	13,4	16,4—24,3	9,5—16,7
Возраст	2+	2+	2+	3—4	4
Меристические признаки:					
число лучей в А	III 15	III 24	III 17	III 24—28	III 10—11
число чешуй в II	48	46	46	51—56	36—42

У рыбы № 2 число лучей в анальном плавнике, как у леща, а у рыб № 1 № 3 число их является промежуточным по сравнению с исходными формами, но с явным влиянием плотвы. У них же, по сравнению с рыбой № 2, меньшему числу лучей в анальном плавнике соответствует меньшая длина его основания и большая длина хвостового стебля. Величина этих двух признаков также является промежуточной при сравнении с исходными формами и также с преобладающим влиянием плотвы (табл. 1). У всех трех экземпляров число чешуй в боковой линии также является промежуточным по сравнению с исходными формами.

Из числа двух других рассмотренных меристических признаков глоточные зубы у всех трех рыб однородны — «5—5», что соответствует наиболее частой встречаемости у леща и плотвы. Также близка к исходным формам и структура у них спинного плавника.

Сравнение пластических признаков у гибридных и исходных форм показало, что индексы этих признаков, указанных в табл. 1 у рыб №№ 1 и 3, по сравнению с рыбой № 2, в большей мере промежуточны. Они почти полностью укладываются в пределы колебания признаков у гибридных форм, искусственно выведенных Н. И. Николюкиным (2).

Наоборот, рыба № 2 обращает на себя внимание своей большей морфологической близостью к лещу. У нее и структура анального плавника и большинство пластических признаков близки исходной форме — лещу и не укладываются в те пределы, какие описаны Н. И. Николюкиным для гибридных форм.

Таблица

Сравнение пластических признаков гибридов и исходных форм

Признаки	Гибридные формы			Исходные формы					
				лещ			плотва		
	№ 1	№ 2	№ 3	*n*	*M*	пределы	*n*	*M*	пределы
В % к длине тела:									
Наибольшая высота тела	33,8	34,5	32,1	21	37,1	34,3—40,1	45	30,0	25,1—33,
Антедорсальное расстояние	54,1	56,1	53,0	21	56,8	53,9—59,2	45	51,2	45,0—59,
Антевентральное »	45,9	46,7	46,1	21	45,8	44,0—48,8	40	50,0	47,7—55,
Антеанальное »	66,9	65,4	68,6	21	64,2	61,8—66,8	41	72,0	69,0—78,
P — X	21,0	18,7	21,6	21	19,6	18,0—22,0	45	23,8	20,5—28,
Длина хвостового стебля	17,2	13,7	17,2	21	13,1	11,0—14,4	45	18,8	15,7—21,
» основания D	14,0	12,9	14,1	21	13,0	11,2—13,9	45	15,3	12,5—17,
» » A	18,7	25,2	15,7	21	28,7	27,0—31,0	44	12,4	9,8—16,
Высота A	17,8	19,4	16,4	21	18,1	15,9—20,1	45	15,9	13,3—17,
Длина P	18,7	20,8	19,4	21	21,4	19,3—22,2	45	17,1	13,2—20,
» V	19,7	18,7	18,0	21	18,0	15,7—19,8	45	16,8	13,9—19,
» нижней лопасти C	26,7	31,6	26,8	21	28,3	25,6—30,7	45	25,1	21,5—29,
В % к длине головы:									
Высота головы	85,7	81,2	70,0	21	89,8	85,1—97,8	41	78,2	70,0—88,
Длина рыла	25,7	25,0	24,2	21	27,3	25,0—31,9	45	25,2	18,5—30,

У остальных 10 пластических признаков, не указанных в табл. 2, индек сы были общими или близкими к таковым обеих исходных форм,

Отмеченные особенности позволяют всех трех рыб считать помесь Abramis brama danubii Pavlov × Rutilus rutilus (Linné), однако в составе и гибрид № 2, по-видимому, является возвратной формой, у которой сам цом был лещ.

По выживаемости этих гибридов до трехлетнего возраста, по состояни зрелости икры у рыбы № 1 и различию темпа роста у исходных форм можн предполагать, что при направленном отборе эта помесь может иметь рыбо хозяйственное значение.

Институт гидробиологии
Академии наук УССР

Поступило
8 IV 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] П. И. Павлов, Зоол. журн., **35**, в. 6 (1956). [2] Н. И. Николюкин, Меж видовая гибридизация рыб, Сарат. отд. Касп. фил. ВНИРО, 1952.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 116, № 6

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

А. А. ВОЙТКЕВИЧ

СОСТОЯНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ НЕРВНОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ОТСУТСТВИИ КОНЕЧНОСТИ У ЛЯГУШЕК В ПРИРОДНЫХ УСЛОВИЯХ

(Представлено академиком Н. Н. Аничковым 27 V 1957)

Явление природной безногости у поздних головастиков и превратившихся лягушек Rana temporaria в условиях Подмосковья, было описано Л. В. Полежаевым ([6]). В свое время такое же явление мы наблюдали у нескольких сеголеток лягушки Rana ridibunda в условиях Южного Казахстана ([1]). Превратившиеся лягушки имели нормально развитые передние конечности, но были лишены обеих задних конечностей. Поскольку анатомически и микроскопически каудальная часть тела таких измененных особей имела те же особенности, что и в случаях, описанных Л. В. Полежаевым, не было необходимости в повторном описании. Особи же, лишенные одной конечности, представляли самостоятельный интерес, так как нарушения были тождественными и имели характер закономерности.

Мы отметили, что лягушки, лишенные задней конечности, встречаются как раз в тех водоемах (окрестности г. Алма-Аты), в которых нами было обнаружено свыше 300 лягушек разных стадий развития с признаками нарушения формообразовательного процесса в каудальном отделе правой стороны тела ([2, 3]). Наблюдениями, проводившимися в течение восьми лет, было установлено, что в силу невыясненных пока факторов при закладке почки правой задней конечности активизация мезенхимы не ограничивается узко локализованным участком, а захватывает более значительную область и проявляется одновременно в нескольких смежных пунктах. В результате, в одних случаях, вместо одной обычной задней конечности развивались две в разной степени обособленные или сращенные конечности, в других же случаях, наряду с типичной или измененной основной конечностью, одновременно дифференцировалось несколько (до восьми) дополнительных конечностей.

Такие нарушения формообразовательного процесса имели общее свойство в том, что ограничивались, как правило, только областью локализации задней правой конечности. Изучая накопившийся материал «одноногих» лягушек, мы обратили внимание на то, что нарушения и в этих случаях ограничивались только правой стороной тела. Основная правая конечность бывает дефектной, она представлена или лапкой, причлененной к тазу, или сильно истонченной небольшой конечностью, сохранившей в миниатюре основные отделы. У четырех особей, например, с правой стороны тела дифференцировался целый букет небольших по размерам конечностей, у семи особей вместо нормальной конечности имелся недифференцированный разных размеров и формы культеобразный вырост, обтянутый кожей.

Из собранного материала мы отобрали 18 особей, вовсе лишенных правой задней конечности и соответствующих частей скелета области тела. На рис. 1 представлено фото 6 головастиков разных стадий превращения и 8 сеголеток; все они лишены правой задней конечности. В предыдущем сообщении были приведены данные об иннервации области заднего пояса лягушек, обладавших удвоенными задними конечностями с правой стороны ([4]). В настоящем сообщении мы опишем особенности иннервации в тех случаях,

когда формообразовательные потенции в области закладки правой конечности были полностью угнетены. Методики наблюдений и обработки материала были теми же, что и в предыдущем сообщении ([4]).

При визуальном изучении нетрудно видеть асимметрию в размерах правой и левой половин каудального отдела спинного мозга. Наряду с уменьшением правой половины спинного мозга отмечается сильная редукция передних и задних корешков, а также VIII, IX и X спинномозговых нервов. Соответствующие нервы левой стороны оказываются утолщенными, в сравнении с нервами нормальных сеголеток такого же возраста.

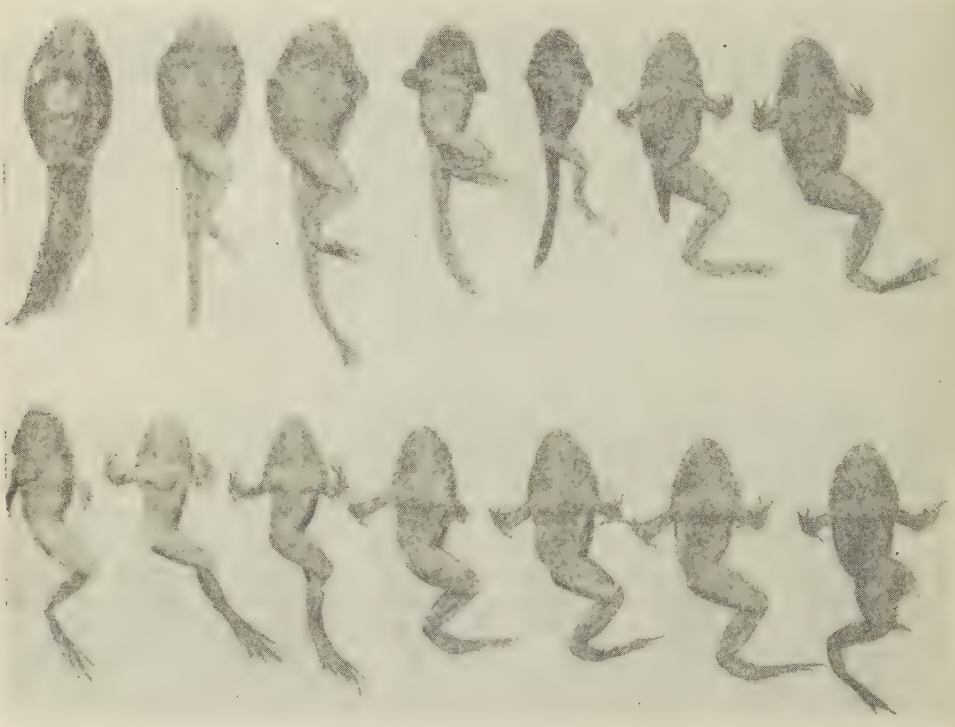


Рис. 1. Фото 6 головастиков разных стадий развития и 8 сеголеток Rana ridibunda, лишенных в естественных условиях правых конечностей; все особи сняты с вентральной стороны

Асимметрия в размерах левой и правой половин спинного мозга и очертаниях серого и белого вещества еще более выявляется при микроскопическом изучении поперечных гистологических срезов, сделанных последовательно на разных уровнях. Такая асимметрия является результатом уменьшения размеров правой половины спинного мозга (ширина правой половины 632 μ, ширина левой половины 779 μ), в связи с недоразвитием клеточных элементов серого вещества, особенно в области переднего рога (рис. 2). В переднем роге правой стороны число крупных моторных нейронов редуцировано до 1—2; размеры таких нейронов 34,9 $\times$ 25,2 μ при диаметре 17,8 μ. Крупные мультиполярные нейроны переднего рога противоположной стороны представлены на гистологическом срезе компактной группой в количестве 10—12. Их размеры велики и несколько превышают размеры моторных

Рис. 2. Поперечный разрез каудального отдела спинного мозга «одноногой» лягушки сеголетки. Уменьшение размеров правой половины спинного мозга и редукция моторных нейронов; гипертрофия противоположной стороны (72 $\times$)

Рис. 3. Спинальные ганглии: *а* — правый, рудиментарный; *б* — левый, гипертрофированный, на том же уровне (192 $\times$)

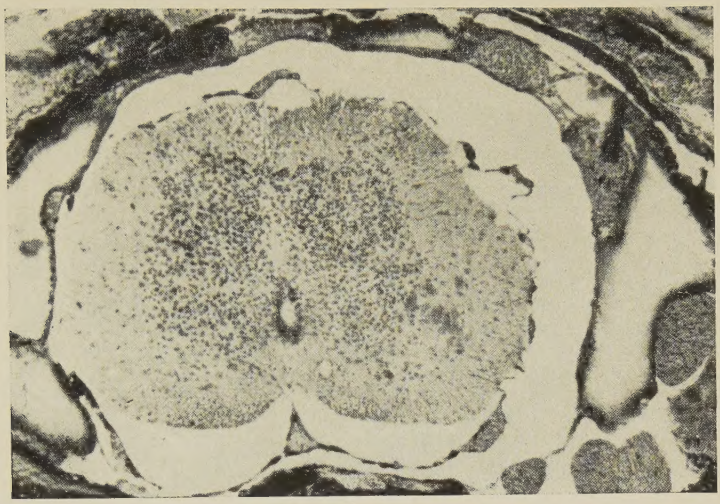
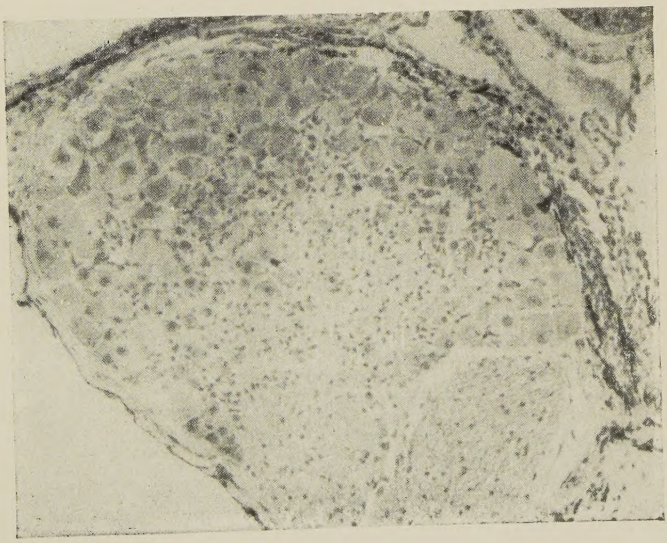


Рис. 2

а



б

Рис. 3

нейронов половозрелой лягушки (54,8×33,0 μ), диаметр ядер таких клеток составляет в среднем 20,2 μ. Отметим, что и другие нервные клетки, находящиеся в области серого вещества левой половины спинного мозга, имеют более крупные размеры, чем на правой стороне. В экспериментальных условиях наблюдается увеличение (на 17—29%) размеров ядра у моторных нейронов в спинном мозге у мышей, в условиях гипертрофии мышц задней конечности, наступающей через 1—2 мес. после ампутации конечности противоположной стороны ([9]).

Более значительная разница отмечается в структуре элементов афферентного аппарата разных сторон тела. Спинальные ганглии на правой стороне сильно редуцированы. Площадь максимального гистологического среза через такой ганглий в 8—14 раз меньше соответствующей величины для ганглия противоположной стороны. Количество нейронов у разных особей колеблется от 10 до 43, среди которых относительно больше небольших слабо дифференцированных нервных клеток. Диаметр крупных нейронов в редуцированных ганглиях левой стороны составляет в среднем 24,8 μ, диаметр ядра 17,3 μ. В таких клетках отношение объема протоплазмы к объему ядра имеет крайне небольшую величину (1,89), что отражает слабую морфо-функциональную дифференцировку.

Спинальные ганглии левой стороны сильно увеличены, в сравнении с нормой для данного возраста (рис. 3 *а,б*). Число нейронов на максимальном срезе через ганглий достигает 95—107, причем половину составляют крупные нервные клетки. Размеры крупных нейронов таких ганглиев значительно превышают норму для данного возраста: диаметр клетки составляет 45,4 μ, диаметр увеличенного ядра 26,7 μ. Отношение объема протоплазмы к объему ядра составляет относительно небольшую величину (3,98)— несколько меньшую, чем для описанных ранее случаев удвоения правой задней конечности (4,33). Уменьшение отношения объема протоплазмы к объему ядра отмечается при повышении функциональной нагрузки и в связи с увеличением обоих компонентов клетки, но при этом увеличение объема ядра оказывается все же более значительным, нежели объема протоплазмы. В результате получаются математические величины значительно меньшие, чем в норме для данного или более позднего возраста. Весьма незначительная величина такого отношения была отмечена выше для нейронов редуцированного спинального ганглия противоположной стороны, но в том случае мы имели дело с явно слабо дифференцированными нервными клетками.

Экспериментальное удаление иннервируемого поля (материала дифференцирующихся мышц) у раннего зародыша приводит к резкому недоразвитию соответствующих нервных центров ([7,8]). Удаление почки правой конечности у 3-дневного зародыша курицы сопровождается редукцией спинальных ганглиев правой стороны на 37—54%. Асимметрия в развитии спинного мозга сочеталась с уменьшением на 22—61% числа моторных нейронов, соответственно количественной утрате мышц на 31—96% ([8]). В поздний период развития удаление большого объема мышц сформированной конечности у белых крыс влечет редукцию ряда функционировавших моторных нейронов ([5]).

У наших «одноногих» лягушек толщина задних и передних корешков спинного мозга на правой стороне значительно меньше, чем на левой. Сопоставляя площадь поперечного сечения задних и передних корешков на правой стороне тела, а также их микроскопическое строение, следует заключить, что задние корешки подверглись редукции в относительно меньшей степени, чем передние корешки. Это обстоятельство, очевидно, объясняется тем, что экстерорецепторы кожи, покрывающей область отсутствующей конечности, сохраняются, но аппарат движения отсутствует.

Все отмеченные нами различия в иннервационном аппарате обеих половин тела отчетливо выражены в области отхождения VIII, IX и X спинно-

мозговых нервов. Топографически выше, в частности в области иннервации передних конечностей, подобных различий не обнаруживается. Различие в иннервации области задних конечностей выявляется у одноногих личинок на поздних стадиях метаморфоза, а после его завершения становится наиболее отчетливым.

В заключение укажем на некоторые функциональные особенности сеголеток, лишенных правой задней конечности. Вскоре после окончания метаморфоза единственная задняя конечность заметно гипертрофируется. Анатомически она уже не занимает типичного латерально-каудального положения, а заметно сдвигается к средней линии. Неуклюжие прыжки на суше и плавание в воде по замкнутому кругу, отмечавшиеся в первый период после окончания метаморфоза, сменяются постепенно более координированными движениями. Конечно, в координации двигательного аппарата принимают участие и передние конечности, но основную нагрузку несет все же единственная задняя конечность, выполняющая роль основного органа движения. Компенсаторные изменения в единственной задней конечности (и частично в конфигурации туловища) можно отметить и при рассмотрении нижнего ряда сеголеток на рис. 1. Единственная задняя конечность всегда давала на химические и механические раздражители типичную реакцию отдергивания, интенсивность которой была не ниже нормы для данного возраста.

Подведем итоги изучения иннервации у молодых лягушек в случае природного отсутствия одной задней конечности. Угнетение в естественных условиях формообразовательных процессов в области закладки задней конечности сопровождается соответствующим недоразвитием нервных структур. При полном отсутствии правой задней конечности асимметрия в размерах половин спинного мозга сочетается с резким уменьшением числа крупных моторных нейронов и их размеров. Спинальные ганглии правой стороны тела имеют рудиментарный характер, что отражается и на размерах органа и на величине нейронов. Количество волокон в задних и передних корешках правой стороны резко уменьшено. Единственная задняя левая конечность выполняет более значительную функциональную нагрузку, чем это имеет место в норме при наличии двух нормальных задних конечностей. В таких условиях наряду с общим увеличением левой половины спинного мозга увеличиваются моторные нейроны и повышается их способность импрегнироваться серебром; толщина переднего корешка становится больше. Спинальные ганглии левой стороны тела гипертрофированы, число составляющих их чувствительных нейронов увеличено, а размеры последних превышают норму для данного возраста; задний корешок представляет увеличенный мощный комплекс нервных волокон.

При отсутствии одной конечности адекватные изменения имеют место в нервных структурных элементах и афферентного, и эфферентного звеньев рефлекторной дуги. При удвоении же или более значительном умножении числа конечностей соответствующие изменения могут в большей мере распространяться на афферентные нервные структуры, чем на структуры эфферентного аппарата.

Воронежский медицинский институт

Поступило
13 IV 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. А. Войткевич, ДАН, **60**, № 2, 305 (1948). [2] А. А. Войткевич, Арх. анат., гистол. и эмбриол., **32**, № 2, 41 (1955). [3] А. А. Войткевич, Природа, № 12, 100 (1955). [4] А. А. Войткевич, ДАН, **116**, № 2 (1957). [5] Г. И. Гинцбург, ДАН, **105**, № 5, 1110 (1955). [6] Л. В. Полежаев, ДАН, **42**, № 9, 418 (1944). [7] V. Hamburger, J. Exp. Zool., **68**, 3, 449 (1934). [8] M. L. Shorey, J. Exp. Zool., **7**, 1, 25 (1909). [9] G. Wendt, Verhandl. Anat. Gesellsch., Jena, **97**, 203 (1950).